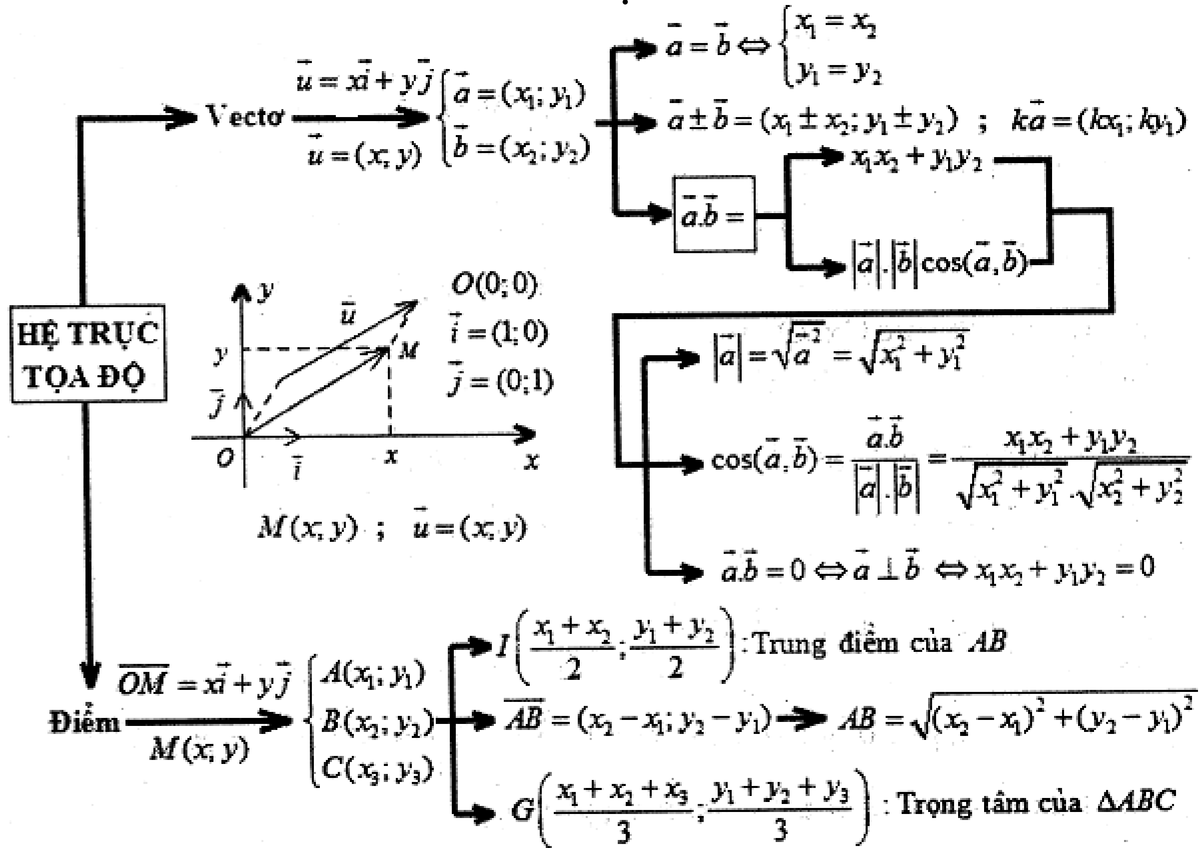
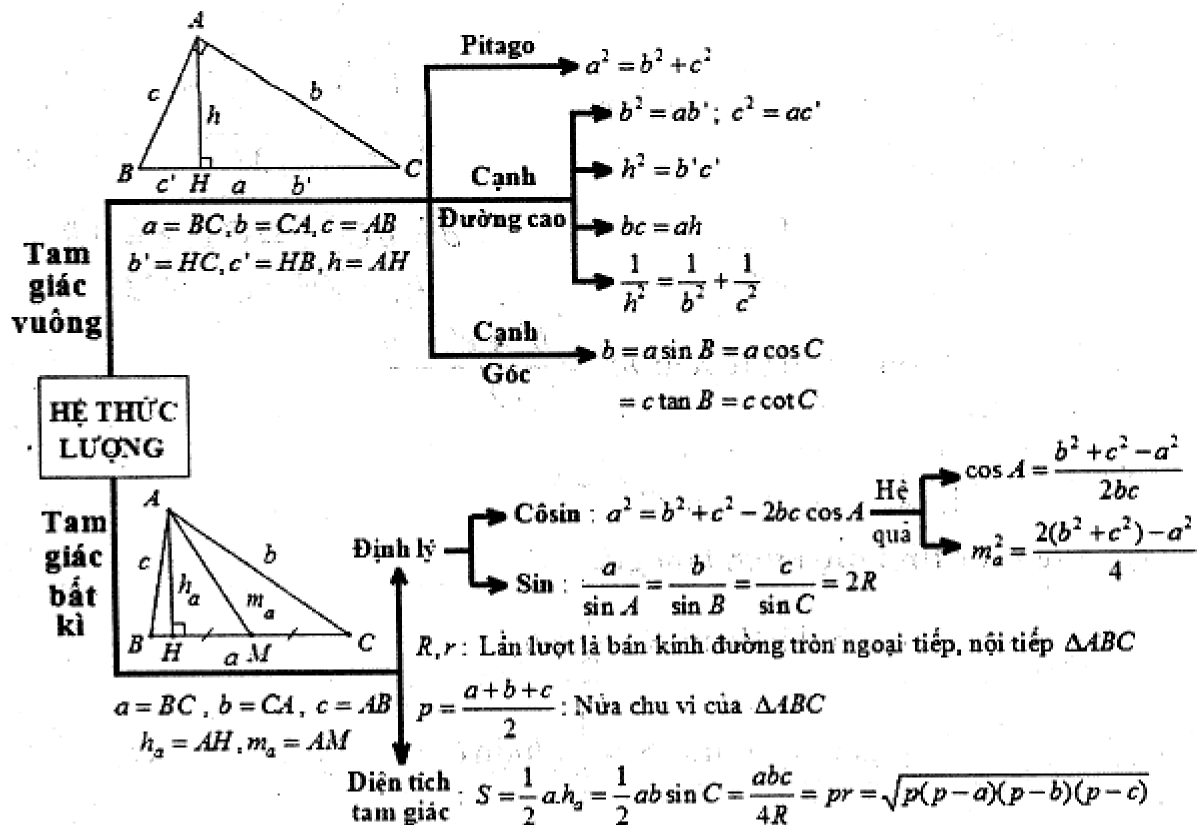
MỤC LỤC

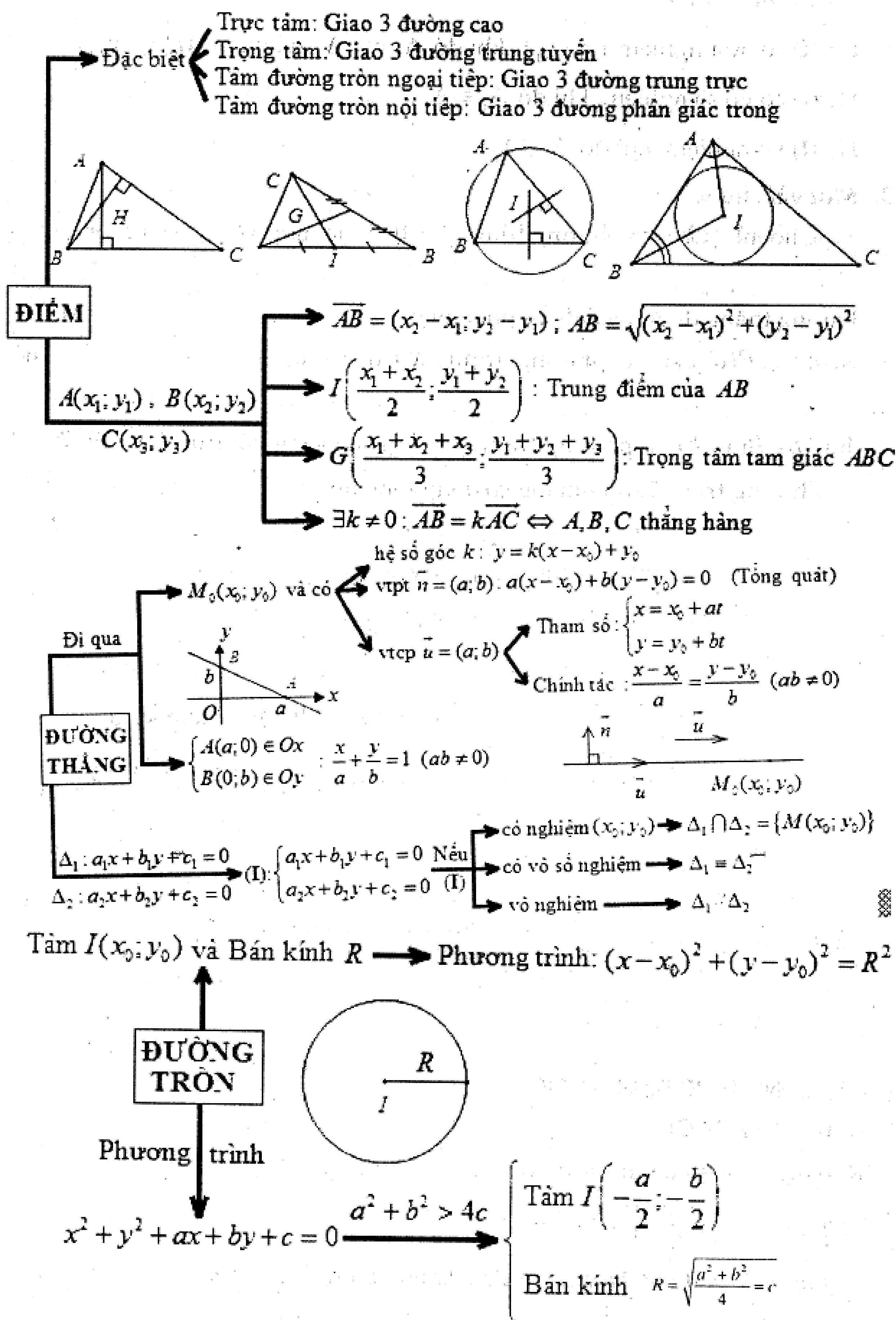
PHẦN 1: TỔNG HỢP KIẾN THỨC CƠ BẢN
PHẦN 2: NHỮNG BÀI TOÁN CƠ BẢN
Bài toán 1. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng cắt nhau
Bài toán 2. Tìm điểm đối xứng của một điểm qua một đường thẳng
Bài toán 3. Kiểm tra tính cùng phía, khác phía với một đường thẳng
Bài toán 4. Viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau
Bài toán 5. Viết phương trình đường phân giác trong, phân giác ngoài của góc trong tam giác
Bài toán 6. Tìm chân đường phân giác trong, ngoài của góc trong tam giác
Bài toán 7. Tìm trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác
PHẦN 3: 10 BÀI TOÁN HÌNH HỌC OXY
Bài toán 1. Tìm M thuộc đường thẳng d đã biết phương trình và cách điểm I một khoảng cho trước (IM=R không đổi)
Bài toán 2. Tìm M thuộc đường thẳng d và cách đường thẳng d' một khoảng không đổi
Bài toán 3. Tìm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB là tam giác đăc biệt (vuông, cân, hai cạnh có mối quan hệ về độ dài, ….)
Bài toán 4. Tìm M thuộc đường thẳng d và thoả điều kiện cho trước (mở rộng của bài toán 1, 2, 3)
Bài toán 5. Tìm M dựa vào hệ thức vectơ
Bài toán 5.1 Tìm toạ độ M lien hệ với hai (ba) điểm cho trước qua một hệ thức vectơ $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$
Bài toán 5.2 Tìm toạ độ hai điểm M, N lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1, d_2 **và lien hệ với điểm thứ ba cho trước qua hệ thức vectơ**
Bài toán 6. Viết phương trình đường thẳng
TRƯỜNG HỢP 1. Bài toán không cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)
Bài toán 6.1 Viết phương trình đường thẳng d đi qua 1 điểm, cách một điểm cho trước một khoảng không đổi
Bài toán 6.2 Viết phương trình đường thẳng d đi qua 1 điểm, tạo với đường thẳng cho trước một góc không đổi
TRƯỜNG HỢP 2. Bài toán cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)
Bài toán 6.3 Viết phương trình đường thẳng d biết phương của đường thẳng và d cách điểm cho trước một khoảng không đổi
Bài toán 6.4 Viết phương trình đường thẳng d biết phương của đường thẳng và thoả mãn điều kiện cho trước
Bài toán 7. Tìm điểm dựa vào trung tuyến, đường cao, trung trực trong tam giác.
Bài toán 8. Tìm điểm dựa vào phân giác trong (ngoài) của tam giác
Bài toán 9. Tìm điểm thuộc (E) thoả điều kiện cho trước; Viết phương trình chính tắc của (E)
Bài toán 10. Cho hai đường tròn (C_1) **và** (C_2) **cắt nhau tại hai điểm A, B. Viết phương trình đường thẳng AB**
PHẦN 4: SÁNG TẠO VÀ SỰ PHÁT TRIỂN TỪ CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG THUẦN TUÝ
PHẦN 5: BÀI TẬP TỔNG HỢP

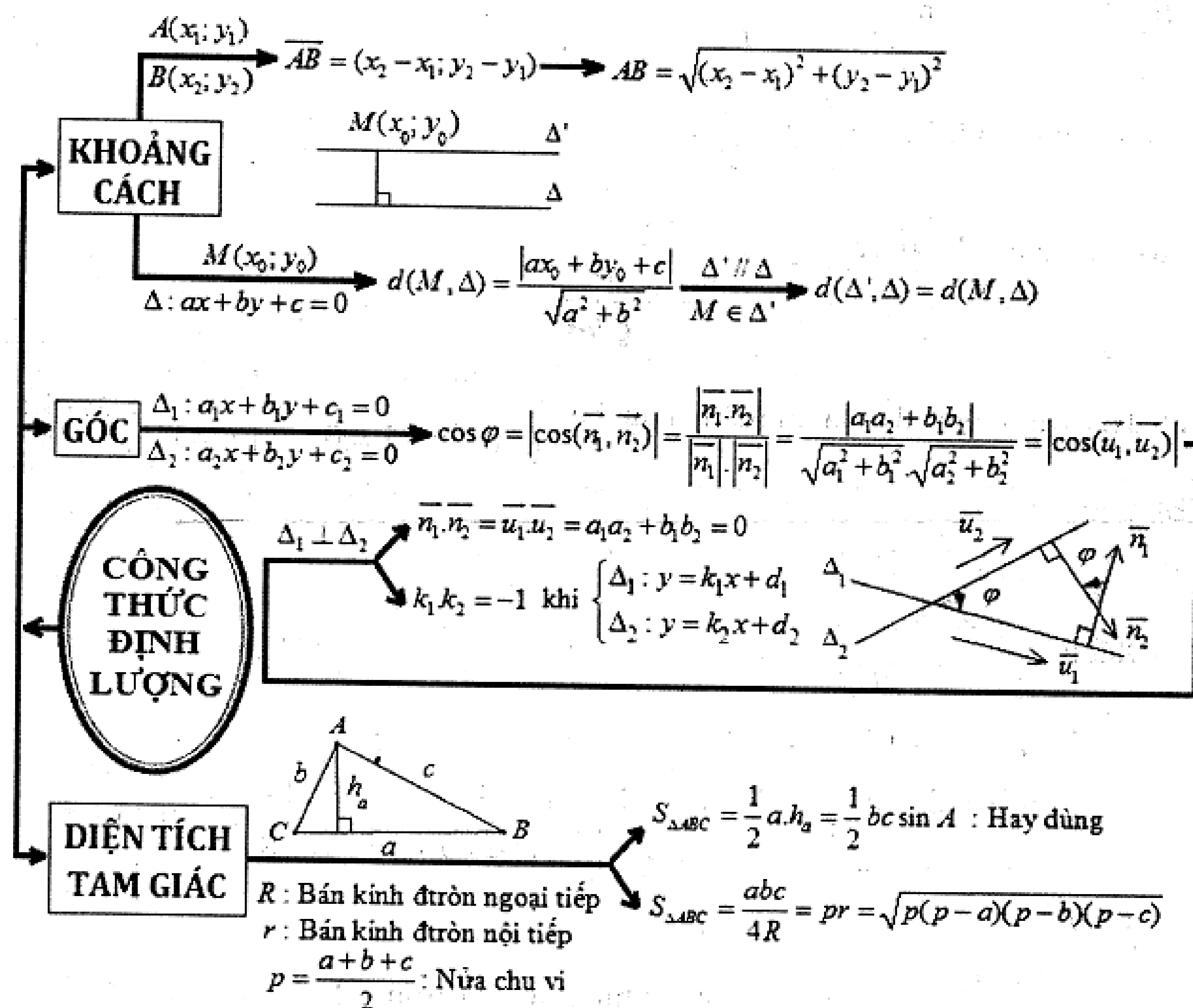
SƠ ĐỒ TỔNG HỢP KIẾN THỨC



CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC




Đặc biệt
Trực tâm: Giao 3 đường cao
Trọng tâm: Giao 3 đường trung tuyến
Tâm đường tròn ngoại tiếp: Giao 3 đường trung trực
Tâm đường tròn nội tiếp: Giao 3 đường phân giác trong
ĐIỂM
$A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$
$C(x_3;y_3)$
$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1)$; $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$I\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$: Trung điểm của AB
$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3};\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$: Trọng tâm tam giác ABC
$\exists k\neq 0:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow A,B,C$ thẳng hàng
ĐƯỜNG THẲNG
Đi qua
$M_0(x_0;y_0)$ và có
hệ số góc k: $y=k(x-x_0)+y_0$
vtpt $\vec{n}=(a;b)$: $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$ (Tổng quát)
vtcp $\vec{u}=(a;b)$
Tham số: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$
Chính tắc: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}$ $(ab\neq 0)$
$\begin{cases}A(a;0)\in Ox\\B(0;b)\in Oy\end{cases}$: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ $(ab\neq 0)$
$M_0(x_0;y_0)$
$\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$
$\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$
(I): $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1=0\\a_2x+b_2y+c_2=0\end{cases}$ Nếu (I)
có nghiệm $(x_0;y_0)$ → $\Delta_1\cap\Delta_2=\{M(x_0;y_0)\}$
có vô số nghiệm → $\Delta_1\equiv\Delta_2$
vô nghiệm → $\Delta_1 // \Delta_2$
Tâm $I(x_0;y_0)$ và Bán kính R → Phương trình: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$
ĐƯỜNG TRÒN
Phương trình
$x^2+y^2+ax+by+c=0$
$a^2+b^2>4c$
Tâm $I\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$
Bán kính $R=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{4}-c}$


KHOẢNG CÁCH
$A(x_1;y_1)$
$B(x_2;y_2)$
$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1)$
$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$M(x_0;y_0)$
Δ'
Δ
$\Delta: ax+by+c=0$
$d(M,\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
$\Delta'//\Delta$
$M\in\Delta'$
$d(\Delta',\Delta)=d(M,\Delta)$
GÓC
$\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$
$\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$
$\cos\varphi=\left|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})\right|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2}}=\left|\cos(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2})\right|$
CÔNG THỨC ĐỊNH LƯỢNG
$\Delta_1\perp\Delta_2$
$\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=a_1a_2+b_1b_2=0$
$k_1k_2=-1$ khi $\begin{cases}\Delta_1: y=k_1x+d_1\\ \Delta_2: y=k_2x+d_2\end{cases}$
Δ_1
Δ_2
$\overrightarrow{u_2}$
$\overrightarrow{n_1}$
$\overrightarrow{n_2}$
$\overrightarrow{u_1}$
φ
DIỆN TÍCH TAM GIÁC
A
B
C
b
c
h_a
a
$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}bc\sin A$: Hay dùng
$S_{\Delta ABC}=\frac{abc}{4R}=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
R : Bán kính đtròn ngoại tiếp
r : Bán kính đtròn nội tiếp
$p=\frac{a+b+c}{2}$: Nửa chu vi

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

§1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

* ***Định nghĩa:*** Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ ⇔ giá của $\vec{n} \perp \Delta$

* ***Nhận xét:*** $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của Δ; $k \neq 0 \Rightarrow k\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của Δ.

2. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Trong mặt phẳng tọa độ, phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng:

$$\boxed{ax + by + c = 0} \quad \text{với } a^2 + b^2 \neq 0$$

Lúc đó, đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (a; b)$.

3. Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

a) Dạng 1: *Đường thẳng Δ đi qua $I(x_0; y_0)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$*

Phương trình của Δ là:

$$\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

b) Dạng 2: Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ $\quad (a^2 + b^2 \neq 0)$

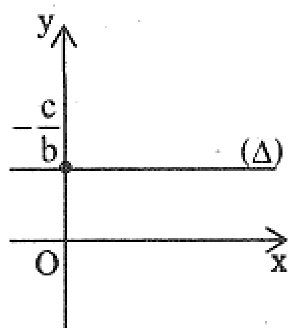
* $a = 0$: Đường thẳng Δ: $by + c = 0$

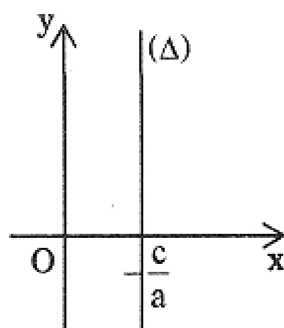
vuông góc với trục Oy tại điểm $\left(0; -\dfrac{c}{b}\right)$

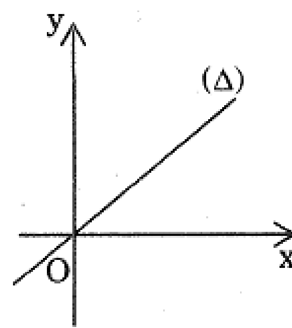
* $b = 0$: Đường thẳng Δ: $ax + c = 0$

vuông góc với trục Ox tại điểm $\left(-\dfrac{c}{a}; 0\right)$

* $c = 0$: Đường thẳng Δ: $ax + by = 0$ đi qua gốc tọa độ.





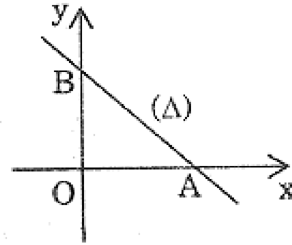


c) *Dạng 3: Phương trình đường thẳng theo đoạn chắn:*

Đường thẳng Δ cắt Ox, Oy lần lượt tại A(a; 0), B(0; b) với a.b ≠ 0.

Phương trình của Δ là:

$$\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$$



d) *Dạng 4: Phương trình của đường thẳng theo hệ số góc:*

* Cho đường thẳng Δ: ax + by + c = 0 (1). Nếu b ≠ 0 thì

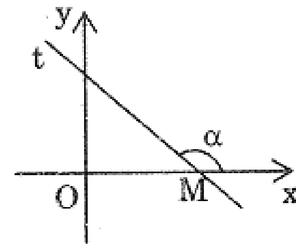
(1) ⇔ $\boxed{y = kx + m}$ $\left(\text{với } k=-\frac{a}{b};\ m=-\frac{c}{b}\right)$

Ta gọi $k = -\frac{a}{b}$ là hệ số góc của đường thẳng Δ (không cùng phương với Oy).

* *Ý nghĩa hình học của hệ số góc:*

Xét đường thẳng Δ: y = kx + m

- Nếu k ≠ 0 thì $\boxed{k = \text{tg}\alpha}$



Với α là góc hợp bởi tia Mx và tia Mt (tia của Δ nằm phía trên Ox).

- Nếu k = 0 thì Δ: y = m là đường thẳng cùng phương với trục Ox.

II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng: Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Đặt $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$

$$D_x = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = b_1c_2 - b_2c_1$$

$$D_y = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = c_1a_2 - c_2a_1$$

1) Δ_1 cắt Δ_2 ⇔ D ≠ 0. Lúc đó Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm $M\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)$

2) $\Delta_1 // \Delta_2$ ⇔ D = 0 và ($D_x \neq 0$ hay $D_y \neq 0$)

3) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ ⇔ $D = D_x = D_y = 0$

4) $\Delta_1 \perp \Delta_2$ ⇔ $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

* ***Đặc biệt:*** Nếu $a_2.b_2.c_2 \neq 0$ thì:

1) Δ_1 cắt Δ_2 ⇔ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

2) $\Delta_1 // \Delta_2$ ⇔ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

3) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ ⇔ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

* ***Chú ý:*** Cho hai đường thẳng: Δ_1: $y = k_1x + m_1$; Δ_2: $y = k_2x + m_2$

1) Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \neq k_2$

2) $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = k_2 \\ m_1 \neq m_2 \end{cases}$

3) $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = k_2 \\ m_1 = m_2 \end{cases}$

4) $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1.k_2 = -1$

B. CÁC DẠNG TOÁN

❖ *VẤN ĐỀ 1:* VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ.

a) Dạng 1: *Δ qua $I(x_0; y_0)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$*

* Dùng công thức Δ: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

* Biến đổi về dạng $ax + by + c = 0$.

b) Dạng 2: *Δ qua $I(x_0; y_0)$, cùng phương với vectơ $\vec{u} = (a; b)$*

* Vectơ pháp tuyến của Δ là: $\vec{n} = (b; -a)$ hay $\vec{n} = (-b; a)$

* Đưa về dạng 1.

c) Dạng 3: *Δ qua $I(x_0, y_0)$, cùng phương đường thẳng D: $ax + by + c = 0$*

* Vectơ pháp tuyến của Δ là: $\vec{n}_\Delta = \vec{n}_D = (a; b)$

* Đưa về dạng 1.

d) Dạng 4: *Δ qua $I(x_0, y_0)$, vuông góc đường thẳng D: $ax + by + c = 0$*

* Vectơ pháp tuyến của Δ là: $\vec{n}_\Delta = (b; -a)$ hay $\vec{n}_\Delta = (-b; a)$

* Đưa về dạng 1.

e) Dạng 5: *Δ qua $I(x_0; y_0)$, có hệ số góc k:*

* Đặt $k = \frac{n}{m}$ thì vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_\Delta = (n; -m)$ hay $\vec{n}_\Delta = (-n; m)$

* Đưa về dạng 1.

f) Dạng 6: *Δ qua hai điểm $A(a; 0)$, $B(0; b)$ với $ab \neq 0$:*

* Dùng công thức: Δ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

* Biến đổi về dạng phương trình tổng quát

g) Dạng 7: *Δ qua hai điểm phân biệt $A(x_A, x_B)$, $B(x_B, y_B)$*

* Tính tọa độ của $\overrightarrow{AB}$

* Đưa về dạng 2.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ:

a) Qua $I(3; -4)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$

b) Qua $I(-3; 2)$, cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1; 2)$

c) Qua $I(1; 3)$ và cùng phương với đường thẳng D: $2x + y + 1 = 0$

d) Qua $I(2; 1)$ và vuông góc đường thẳng D: $2x - y - 9 = 0$

e) Qua I(–3; 5) và có hệ số góc $k = -3$
f) Qua hai điểm A(–2; 0) và B(0; 3)
g) Qua hai điểm A(6; 1) và B(–2; 3).

❖ VẤN ĐỀ 2: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

*** Dạng 1:** *Dùng phương trình tổng quát:*

Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Xem mục II phần tóm tắt giáo khoa.

*** Dạng 2:** *Dùng hệ số góc*

Δ_1: $y = k_1x + m_1$

Δ_2: $y = k_2x + m_2$

Xem trường hợp đặc biệt ở mục II phần tóm tắt giáo khoa.

2. Ví dụ

Ví dụ 2: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau và tìm giao điểm của chúng (nếu có).

a) Δ_1: $2x + 3y + 1 = 0$ và Δ_2: $4x + 5y - 6 = 0$
b) Δ_1: $4x - y + 2 = 0$ và Δ_2: $-8x + 2y + 1 = 0$
c) Δ_1: $4x + 5y - 6 = 0$ và Δ_2: $8x + 10y - 12 = 0$

Ví dụ 3: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau và tìm giao điểm của chúng (nếu có).

a) Δ_1: $y = -3x + 2$ và Δ_2: $y = 4x - 3$
b) Δ_1: $y = 2x - 5$ và Δ_2: $y = 2x + 3$
c) Δ_1: $y = 4x - 3$ và Δ_2: $y = -\frac{1}{4}x + 1$

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1.1. Cho tam giác ABC với A(2; 3), B(–2; 5), C(4; 3).

a) Viết phương trình tổng quát của các đường thẳng đi qua các cạnh của tam giác ABC.
b) Viết phương trình các đường thẳng đi qua các đường cao của ΔABC.
c) Tìm tọa độ trực tâm của ΔABC.
d) Viết phương trình đường thẳng đi qua trung tuyến AM của ΔABC.

1.2. Cho tam giác ABC với A(3; –5), B(1; –3), C(2; –2)

a) Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên BC
b) Vẽ hình bình hành ABCD. Viết phương trình các đường thẳng đi qua các cạnh của nó.

1.3. Viết phương trình đường thẳng đi qua các cạnh và các đường trung trực của ΔABC biết trung điểm của các cạnh BC, CA, AB lần lượt là:

$$M(-1; -1), N(1; 9), P(9; 1).$$

1.4. Cho tam giác ABC có $A(-4; -5)$ và hai đường cao:

$$BB': 5x + 3y - 4 = 0$$
$$CC': 3x + 8y + 13 = 0$$

Viết phương trình các đường thẳng đi qua các cạnh của ΔABC và đường cao thứ ba.

1.5. Cho điểm $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và chắn trên hai trục tọa độ hai đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.

1.6. Viết phương trình đường thẳng Δ:

a) Qua $M(-2; -4)$ và cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho ΔOAB là tam giác vuông cân.

b) Qua $N(5; -3)$ và cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho N là trung điểm của AB.

1.7. Viết phương trình tổng quát của:

a) Đường thẳng Ox.

b) Đường thẳng Oy.

c) Đường thẳng đi qua $M(x_0; y_0)$ và song song với Ox $(y_0 \neq 0)$.

d) Đường thẳng đi qua $M(x_0; y_0)$ và vuông góc với Ox.

e) Đường thẳng OM với $M(x_0; y_0)$ khác gốc tọa độ O.

1.8. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 5)$ và cách đều hai điểm $P(-1; 2)$ và $Q(5; 4)$.

1.9. Cho hai đường thẳng: Δ_1: $(m + 3)x - 2y + 6 = 0$

Δ_2: $mx + y + 2 - m = 0$

Định m để:

a) Δ_1 cắt Δ_2 b) $\Delta_1 // \Delta_2$ c) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ d) $\Delta_1 \perp \Delta_2$

1.10. Định m để ba đường thẳng sau đồng qui:

Δ_1: $4x + 3y + m = 0$; Δ_2: $3x + y = 0$; Δ_3: $9x + 2y + 6 = 0$

§2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

* ***Định nghĩa:*** Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ $\Leftrightarrow$ giá của $\vec{u}$ cùng phương Δ.

* ***Nhận xét:*** $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ; $k \neq 0 \Rightarrow k\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ.

* *Chú ý:*

a) Đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ có

- Vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (a; b)$
- Vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (b; -a)$ hay $\vec{u} = (-b; a)$
- Hệ số góc là $k = -\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$

b) Nếu $\vec{u} = (a; b)$ là vectơ chỉ phương của Δ, thì vectơ pháp tuyến là:

$\vec{n} = (b; -a)$ hay $\vec{n} = (-b; a)$; hệ số góc của Δ là $k = \frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$.

II. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $I(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$$

III. PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} \ (a.b \neq 0)}$$

Đó là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

❖ *VẤN ĐỀ 1:* BIẾN ĐỔI PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

a) Từ phương trình tham số suy ra phương trình tổng quát

Cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (1)

* (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \end{cases} \Leftrightarrow b(x - x_0) = a(y - y_0)$

* Suy ra phương trình tổng quát của Δ.

b) Từ phương trình tổng quát suy ra phương trình tham số

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$

- *Cách 1:*

  * Tính y theo x (hoặc x theo y): $y = -\frac{ax}{b} - \frac{c}{b}$ $(b \neq 0)$

  * Đặt $x = \varphi(t)$ (hàm bậc nhất theo t)

Suy ra phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = -\dfrac{a}{b}\varphi(t) - \dfrac{c}{b} \end{cases}$

- *Cách 2:*
  * Tìm điểm $M_0(x_0; y_0) \in \Delta$
  * Tìm vectơ chỉ phương của Δ
  * Suy ra phương trình tham số của Δ.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ:

a) $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -3 - 4t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 - 5t \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 3t \\ y = -5t \end{cases}$

Ví dụ 2: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ:

a) $3x + 6y + 5 = 0$ b) $3x - 4y + 13 = 0$

c) $4x - 3 = 0$ d) $2y - \sqrt{3} = 0$

❖ *VẤN ĐỀ 2:* VIẾT PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ, PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

a) Cách 1

* Tìm điểm $M_0(x_0; y_0) \in \Delta$
* Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ của Δ
* Phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$
* Phương trình chính tắc của Δ là: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$

b) Cách 2

* Tìm phương trình tổng quát của Δ
* Suy ra phương trình tham số, phương trình chính tắc của Δ.

2. Ví dụ

Ví dụ 3: Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có) và phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Đi qua điểm A(2; –3) và song song trục hoành.

b) Đi qua điểm B(–2; 1) và song song trục tung.

c) Đi qua điểm C(2; 3) và vuông góc với đường thẳng d: $4x - 2y + 3 = 0$

d) Đi qua hai điểm M(–4; 3) và N(1; –2).

e) Đi qua điểm E(2; –5) và có hệ số góc $k = -\dfrac{2}{3}$.

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

2.1. Viết phương trình tham số của các đường thẳng sau:

a) $3x - 2y + 8 = 0$ b) $-2x + y + 3 = 0$ c) $2x - 1 = 0$

2.2. Viết phương trình tổng quát của các đường thẳng sau:

a) $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 - 2t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$

2.3. Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có), phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Đi qua A(–1; 2) và song song đường thẳng d: $4x - 3 = 0$

b) Đi qua B(4; –3) và vuông góc với đường thẳng d: $-2x + 3y - 4 = 0$

c) Đi qua C(–2; 3) và có hệ số góc $k = -4$

d) Đi qua hai điểm M(3; 6) và N(5; –3).

2.4. Cho điểm A(–5; 2) và đường thẳng Δ: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+3}{-2}$.

Viết phương trình đường thẳng d:

a) Đi qua A và song song với Δ b) Đi qua A và vuông góc với Δ.

2.5. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau đây và tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của chúng:

a) Δ_1: $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ Δ_2: $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$

b) Δ_1: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ Δ_2: $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-1}{-2}$

c) Δ_1: $4x + 5y - 6 = 0$ Δ_2: $\begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

2.6. Tìm hình chiếu vuông góc của điểm M(3; 1) trên đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$

2.7. Cho hai đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và d: $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = t \end{cases}$

Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua Δ.

2.8. Tìm điểm M trên đường thẳng Δ: $x - y + 2 = 0$, và cách đều hai điểm A(0; 4), B(4; –9).

2.9. Cho hình bình hành có một đỉnh là A(4; –1), biết phương trình đường thẳng qua hai cạnh là $x - 3y = 0$ và $2x + 5y + 6 = 0$. Tìm tọa độ ba đỉnh còn lại của hình bình hành đó.

2.10. Cho hai đường thẳng:

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases} \qquad \Delta': \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -4 + t \end{cases}$$

Đường thẳng d đi qua điểm A(2; 3), cắt Δ và Δ' lần lượt tại E và F sao cho A là trung điểm của đoạn EF.

a) Tìm tọa độ của E và F.

b) Tìm phương trình tham số của đường thẳng d.

§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

1. Công thức tính khoảng cách

Trong mặt phẳng tọa độ, khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M)$ đến đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ là:

$$d(M;\Delta) = \frac{|ax_M + by_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

2. Vị trí của hai điểm đối với một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_M, y_M)$, $N(x_N; y_N)$ không nằm trên Δ. Khi đó:

* M, N nằm cùng phía đối với Δ ⇔ $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$

* M, N nằm khác phía đối với Δ ⇔ $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$.

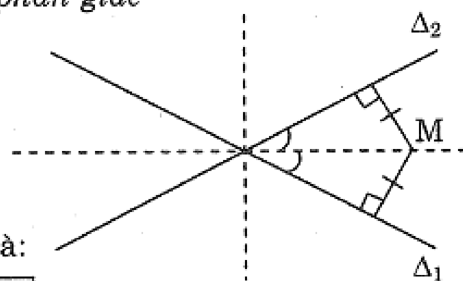
3. Áp dụng: *Viết phương trình các đường phân giác*

Cho hai đường thẳng cắt nhau:

Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng đó là:



$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$$

II. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng:

Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$; $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$

1. **Góc giữa Δ_1 và Δ_2, kí hiệu (Δ_1, Δ_2) định bởi:**

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)\right| = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

2. $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

❖ *VẤN ĐỀ 1:* TÍNH KHOẢNG CÁCH VÀ CÁC ÁP DỤNG

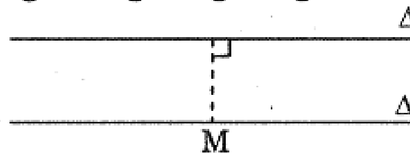
1. Phương pháp

a) Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

* Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ
* Dùng công thức tính khoảng cách $d(M; \Delta)$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

* Chứng tỏ Δ // Δ'
* Lấy $M(x_0; y_0) \in \Delta'$
* Thì $d(\Delta, \Delta') = d(M; \Delta)$

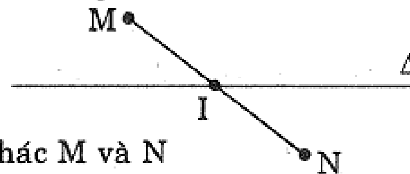


c) Chứng minh đường thẳng Δ cắt đoạn thẳng MN

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$

Đặt $\Delta(M) = ax_M + by_M + c$

$\Delta(N) = ax_N + by_N + c$



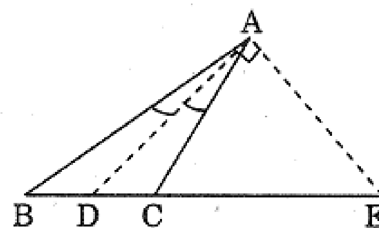
* Δ cắt đoạn thẳng MN tại một điểm khác M và N $\Leftrightarrow \Delta(M).\ \Delta(N) < 0$
* Δ cắt đoạn thẳng MN $\Leftrightarrow \Delta(M).\Delta(N) \le 0$
* Δ không cắt đoạn thẳng MN $\Leftrightarrow \Delta(M).\Delta(N) > 0$

d) Viết phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau:

Dùng công thức: $\dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \pm \dfrac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$

e) Viết phương trình đường phân giác trong hay phân giác ngoài của một tam giác.

* Viết phương trình hai đường phân giác d_1, d_2 của góc A.
* Xét vị trí của B, C đối với d_1 (hoặc d_2)



- B, C nằm khác phía đối với d_1

$\Rightarrow \begin{cases} d_1 \text{ là phân giác trong của góc A} \\ d_2 \text{ là phân giác ngoài của góc A} \end{cases}$

- B, C nằm cùng phía đối với d_1

$\Rightarrow \begin{cases} d_1 \text{ là phân giác ngoài của góc A} \\ d_2 \text{ là phân giác trong của góc A} \end{cases}$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) M(3; 5) và Δ: $4x + 3y + 1 = 0$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng: Δ: $3x + 4y - 5 = 0$; Δ': $\frac{3}{2}x + 2y - 1 = 0$.

a) Chứng minh Δ song song với Δ'.

b) Tính khoảng cách giữa Δ và Δ'.

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC với A(1; 0), B(2; –3), C(–2; 4) và đường thẳng Δ: $x - 2y + 1 = 0$. Xét xem Δ cắt cạnh nào của tam giác (không dùng đồ thị).

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC với A(4; 6), B(0; 3), C(4; 0)

a) Viết phương trình tổng quát của hai đường thẳng AB và AC

b) Viết phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng AB và AC.

c) Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

❖ *VẤN ĐỀ 2:* TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

a) Tính góc giữa hai đường thẳng

Tính góc (Δ_1, Δ_2)

* Tìm vectơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 (hoặc vectơ chỉ phương của Δ_1, Δ_2).

* Dùng công thức tính $\cos(\Delta_1, \Delta_2)$. Suy ra (Δ_1, Δ_2).

b) Tìm các góc tạo bởi hai đường cắt nhau và không vuông góc Δ_1 và Δ_2

* Tính góc (Δ_1, Δ_2).

* Các góc cần tìm là $\begin{cases} \alpha = (\Delta_1, \Delta_2) \\ \beta = 180^0 - \alpha \end{cases}$.

2. Ví dụ

Ví dụ 5: Tìm góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ_1: $2x - y + 5 = 0$ $\quad$ Δ_2: $3x + y - 6 = 0$

b) Δ_1: $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$ $\quad$ Δ_2: $\begin{cases} x = 3t \\ y = \frac{1}{3} - 2t \end{cases}$

Ví dụ 6: Tìm các góc tạo bởi hai đường thẳng:

Δ_1: $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$; $\quad$ Δ_2: $3x + \sqrt{3}y + 2 = 0$

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

3.1. Cho tam giác ABC với A(–1; –3), B(–2; 3), C(2; 1)

a) Viết phương trình đường thẳng BC.

b) Tính độ dài đường cao AH trong ΔABC.

c) Tính khoảng cách từ B đến trung tuyến qua C.

d) Tìm bán kính đường tròn tâm I(–3; 2) và tiếp xúc với BC.

3.2. Cho đường thẳng Δ: 2x + y – 1 = 0 và hai điểm A(2; 1), B(1; –3)

a) Chứng minh Δ cắt đoạn thẳng AB

b) Tìm các điểm M trên Δ và cách đường thẳng d: 4x + 3y – 10 = 0 một khoảng cách bằng 2.

3.3. Viết phương trình đường thẳng Δ:

a) Qua A(1; 2) và cách đều hai điểm M(2; 3), N(4; –5)

b) Qua A(2; 5) và cách B(5; 1) một khoảng bằng 3.

3.4. Cho đường thẳng Δ: x – y + 2 = 0 và hai điểm O(0; 0); A(2; 0)

a) Chứng minh hai điểm A và O nằm cùng phía đối với Δ

b) Tìm điểm đối xứng của O qua Δ

c) Tìm điểm M trên Δ sao cho độ dài đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

3.5. Tìm tập hợp các điểm

a) Cách đường thẳng –2x + 5y – 1 = 0 một khoảng cách bằng 3.

b) Cách đều hai đường thẳng 4x – 3y + 2 = 0 và y – 3 = 0

3.6. Cho ba điểm A(2; 0), B(4; 1), C(1; 2).

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

c) Tìm tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp ΔABC.

3.7. Cho tam giác ABC.

Biết AB: x – y + 4 = 0; BC: 3x + 5y + 4 = 0; AC: 7x + y – 12 = 0.

a) Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

b) Tính diện tích ΔABC.

c) Không dùng hình vẽ, hãy cho biết gốc tọa độ O nằm trong hay ngoài tam giác ABC.

3.8. Cho ba điểm A(4; –1), B(–3; 2), C(1; 6). Tính góc BAC và góc giữa hai đường thẳng AB, AC.

3.9. Xác định m để góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1: $\begin{cases} x = 2 + mt \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

và Δ_2: 3x + 4y + 12 = 0 bằng 45^0.

3.10. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M(2; 1) và tạo với đường thẳng d: 2x – 3y + 2 = 0 một góc 45^0.

§4. ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Dạng 1: Trên mặt phẳng tọa độ, phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) có tâm $I(x_0; y_0)$ và bán kính R là:

$$\boxed{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2}$$

Đặc biệt: Phương trình đường tròn tâm O(0; 0), bán kính R là:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

2. Dạng 2:

Phương trình $\boxed{x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0}$

với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình đường tròn.

Tâm $I(-a; -b)$

Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

II. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

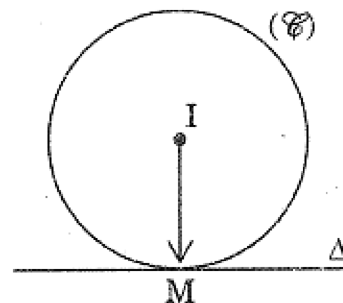
1. Điều kiện tiếp xúc của đường thẳng và đường tròn

Cho đường thẳng Δ và đường tròn ($\mathscr{C}$) tâm I, bán kính R

$$\boxed{\Delta \text{ tiếp xúc với } (\mathscr{C}) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R}$$

2. Tiếp tuyến tại một điểm của đường tròn

Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn ($\mathscr{C}$) tại điểm $M(x_M; y_M) \in (\mathscr{C})$.



* Tìm tâm $I(x_0; y_0)$ của ($\mathscr{C}$)
* Vectơ pháp tuyến của Δ là:

  $\overrightarrow{IM} = (x_M - x_0; y_M - y_0)$
* Tiếp tuyến Δ là đường thẳng qua M, có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$ nên có phương trình là:

  $$(x_M - x_0)(x - x_M) + (y_M - y_0)(y - y_M) = 0$$

3. Tiếp tuyến có phương cho trước hay đi qua một điểm cho trước ở ngoài đường tròn

* Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn ($\mathscr{C}$)
* Viết dạng của phương trình tiếp tuyến Δ
* Δ tiếp xúc ($\mathscr{C}$) $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

  Suy ra các hệ số chưa biết rồi viết phương trình của Δ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

❖ VẤN ĐỀ 1: TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương pháp

a) Cách 1:

* Đưa phương trình đường tròn tìm về dạng: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

* Suy ra $\begin{cases} \bullet \text{ Tâm}: I(x_0; y_0) \\ \bullet \text{ Bán kính}: R \end{cases}$

b) Cách 2:

* Đưa phương trình đường tròn về dạng:

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

* Kiểm tra điều kiện: $a^2 + b^2 - c > 0$

* Suy ra $\begin{cases} \bullet \text{ Tâm}: I(-a; -b) \\ \bullet \text{ Bán kính}: R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} \end{cases}$

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Tìm tâm và bán kính của các đường tròn (nếu có) cho bởi các phương trình sau:

a) $(x + 3)^2 + \left(y - \sqrt{2}\right)^2 = 5$ (1)

b) $\left(\frac{x-5}{2}\right)^2 + \left(\frac{y+3}{2}\right)^2 = 4$ (2)

c) $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 7 = 0$ (3)

d) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$ (4)

e) $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$ (5)

f) $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 25 = 0$ (6)

Ví dụ 2: Cho đường (Cm) có phương trình:

$$x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$$

a) Định m để (Cm) là một đường tròn.

b) Định tâm và bán kính của đường tròn (Cm).

❖ VẤN ĐỀ 2: TÌM PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương pháp

a) Cách 1: Dùng tâm và bán kính

- * Tìm tọa độ tâm $I(x_0; y_0)$ của đường tròn ($\mathscr{C}$)
- * Tìm bán kính R của ($\mathscr{C}$).
- * Phương trình của ($\mathscr{C}$): $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

b) Cách 2: Dùng phương trình tổng quát

- * Phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) có dạng: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$
- * Lập hệ phương trình với ẩn số là a, b, c
- * Giải hệ tìm a, b, c rồi suy ra phương trình của ($\mathscr{C}$).

2. Ví dụ

Ví dụ 3: Viết phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm I(3; 0) và qua điểm A(2; –3).

b) Có tâm I(6; 1) và tiếp xúc với đường thẳng Δ: $x + 2y - 3 = 0$.

c) Có đường kính AB với A(4; –2), B(–3; 6).

d) Ngoại tiếp tam giác ABC với A(2; –1), B(1; 2), C(–3; –1).

Ví dụ 4: Viết phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) trong mỗi trường hợp sau:

a) Qua A(–1; 2), B(3; 0) và có tâm nằm trên đường thẳng Δ: $7x + y - 6 = 0$.

b) Qua A(3; 4) và tiếp xúc trục hoành tại B(–2; 0).

c) Qua A(1; 2) và tiếp xúc đường thẳng Δ: $3x - 4y + 2 = 0$ tại B(–2; –1).

d) Có bán kính R = 5 và tiếp xúc đường thẳng Δ: $3x - 4y - 31 = 0$ tại A(1; –7).

❖ VẤN ĐỀ 3: TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương pháp

a) Loại 1: *Tiếp tuyến tại điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đường tròn ($\mathscr{C}$)*

Xem phần tóm tắt giáo khoa.

b) Loại 2: *Tiếp tuyến có phương cho trước*

Xem phần tóm tắt giáo khoa. Cần chú ý:

- * Δ có hệ số góc k ⇒ Δ: $y = kx + m$
- * Δ // d: $ax + by + c = 0$ ⇒ Δ: $ax + by + m = 0$ (với $m \neq c$)
- * Δ ⊥ d: $ax + by + c = 0$ ⇒ Δ: $bx - ay + m = 0$
  (hoặc là $-bx + ay + m = 0$)

c) Loại 3: *Tiếp tuyến qua điểm $A(x_A; y_A)$ ở ngoài đường tròn ($\mathscr{C}$)*

- * Tìm tâm I và bán kính R của ($\mathscr{C}$)
- * Phương trình tiếp tuyến Δ có dạng:
  $$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0 \text{ (với } a^2 + b^2 \neq 0)$$
- * Δ tiếp xúc ($\mathscr{C}$) ⇔ d(I; Δ) = R
  Chọn a, b thích hợp rồi suy ra phương trình tiếp tuyến Δ.

2. Ví dụ

Ví dụ 5: Cho đường tròn ($\mathscr{C}$): $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$.

Viết phương trình tiếp tuyến Δ với ($\mathscr{C}$) trong mỗi trường hợp sau:

a) Tại điểm M(2; 1) thuộc ($\mathscr{C}$).

b) Có hệ số góc bằng –2.

c) Song song với đường thẳng d: $2x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm.

d) Vuông góc với đường thẳng d: $3x - 2y + 1 = 0$.

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

4.1. Viết phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) trong mỗi trường hợp sau:

a) Qua A(1; 0), B(2; 0) và tiếp xúc đường thẳng Δ: $x - y = 0$.

b) Qua A(0; –1), B(0; –4) và tiếp xúc trục Ox.

c) Có tâm trên đường thẳng d: $x + y - 3 = 0$, có bán kính R = 1 và tiếp xúc trục hoành.

d) Có tâm trên đường thẳng d: $x + y - 5 = 0$, có bán kính $R = \sqrt{10}$ và tiếp xúc đường thẳng Δ: $3x + y - 3 = 0$.

e) Có tâm trên đường thẳng d: $x - 2y - 6 = 0$ và tiếp xúc đường thẳng Δ: $x - y - 1 = 0$ tại điểm A(2; 1).

4.2. Viết phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$) trong mỗi trường hợp sau:

a) Qua A(2; 4) và tiếp xúc với các trục tọa độ.

b) Có tâm trên đường thẳng d: $4x - 2y - 8 = 0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ.

c) Có tâm trên đường thẳng d: $4x + 3y - 2 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1: $x + y + 4 = 0$, Δ_2: $7x - y + 4 = 0$.

d) Có tâm trên đường thẳng d: $2x - 3y + 1 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1: $x + 2y - 1 = 0$, Δ_2: $x + 2y + 3 = 0$.

4.3. Cho đường tròn ($\mathscr{C}$) tâm I(1; –1) và qua điểm A(2; 2)

a) Viết phương trình đường tròn ($\mathscr{C}$).

b) Chứng minh điểm M(2; 1) ở trong đường tròn.

c) Viết phương trình đường thẳng Δ qua M, cắt ($\mathscr{C}$) tại hai điểm P, Q sao cho M là trung điểm PQ.

4.4. Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và đường tròn ($\mathscr{C}$) có phương trình:

Δ: $3x + y + 1 = 0$; ($\mathscr{C}$): $x^2 + y^2 - 4x + y + 1 = 0$

4.5. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường tròn:

($\mathscr{C}$): $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$; ($\mathscr{C}'$): $x^2 + y^2 - x - 7y - 18 = 0$

4.6. Cho đường tròn ($\mathscr{C}$): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ và điểm A(7; –7)

a) Chứng minh điểm A ở ngoài đường tròn ($\mathscr{C}$).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathscr{C}$) song song với đường thẳng

d: $3x + 4y - 6 = 0$

c) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathscr{C}$) đi qua điểm A.

4.7. Cho đường tròn ($\mathscr{C}$): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm A(3; 5)

Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathscr{C}$) kẻ từ A. Giả sử các tiếp tuyến tiếp xúc với đường tròn tại M và N. Tính độ dài MN.

PHẦN 2: NHỮNG BÀI TOÁN CƠ BẢN

1. BÀI TOÁN 1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng cắt nhau.

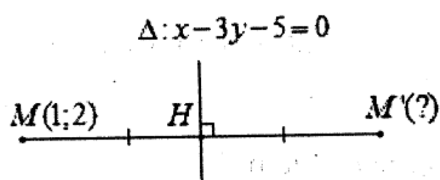
Ví dụ: Tìm tọa độ giao điểm M của các cặp đường thẳng cắt nhau sau:

a) $x+y-4=0$ và $2x-y-5=0$ b) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \end{cases}$ và $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+t \end{cases}$

c) $x-y+3=0$ và $\begin{cases} x=1+t \\ y=7-2t \end{cases}$ d) $2x+3y-7=0$ và $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+4}{-5}$

2. BÀI TOÁN 2. Tìm điểm đối xứng của một điểm qua một đường thẳng

Ví dụ: Tìm điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2)$ qua đường thẳng $\Delta: x-3y-5=0$.



3. BÀI TOÁN 3. Kiểm tra tính cùng phía, khác phía của hai điểm với một đường thẳng.

Ví dụ: Cho đường thẳng $\Delta: x-3y+5=0$. Xét vị trí cùng phía, khác phía của các cặp điểm sau với đường thẳng Δ.a) $A(1;-2)$ và $B(-1;-3)$ b) $C(2;3)$ và $D(-2;-1)$

4. BÀI TOÁN 4. Viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau.

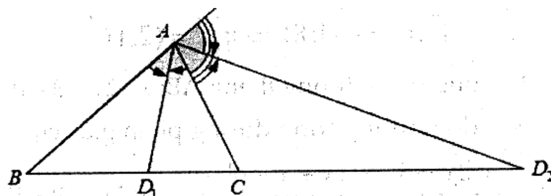
Ví dụ: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x-4y+1=0$ và $\Delta_2: 5x+12y-2=0$. Viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường Δ_1 và Δ_2.

5. BÀI TOÁN 5. Viết phương trình đường phân giác trong, phân giác ngoài của góc trong tam giác.

Ví dụ: Cho tam giác ABC với $A(3;0), B(1;1), C(-1;8)$. Viết phương trình đường phân giác trong, phân giác ngoài của góc A.

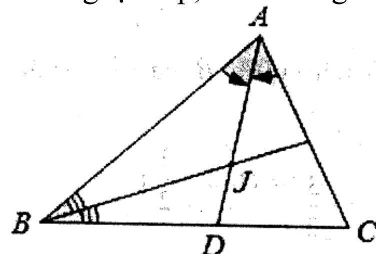
6. BÀI TOÁN 6. Tìm chân đường phân giác trong, ngoài của góc trong tam giác.

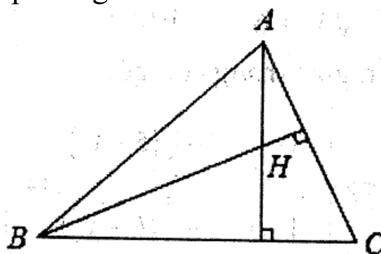
Ví dụ: Cho tam giác ABC với $A(1;5), B(-4;5), C(4;-1)$. Xác định tọa độ chân đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A.



7. BÀI TOÁN 7. Tìm trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp tam giác.

Ví dụ: Cho tam giác ABC với $A(2;6), B(-3;-4), C(5;0)$. Tìm trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.



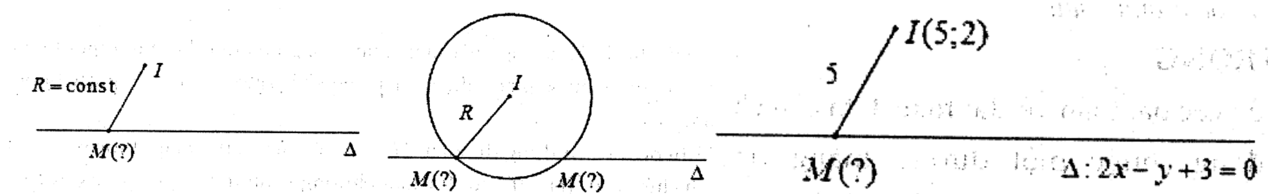


PHẦN 3: 10 BÀI TOÁN HÌNH HỌC OXY

Bài toán 1. Tìm M thuộc đường thẳng d đã biết phương trình và cách điểm I một khoảng cho trước (IM=R không đổi)

C. VÍ DỤ GỐC:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $I(5;2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x-y+3=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MI=5$.

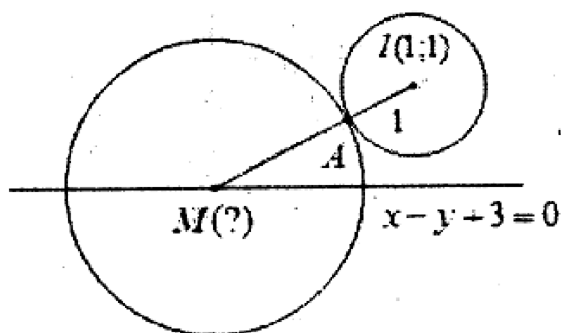


Cách 1: $M \in d \Rightarrow M(t); \text{IM}=5 \Rightarrow t \Rightarrow M$. ĐS: $M(1;5)$ hoặc $M\left(\frac{1}{5};\frac{17}{5}\right)$.

Cách 2: $MI=5 \to$ M thuộc đường tròn tâm I bán kính R=5 $\Rightarrow$ M là giao điểm của đường thẳng và đường tròn $\to$ M.

1. CÁCH RA ĐỀ 1:

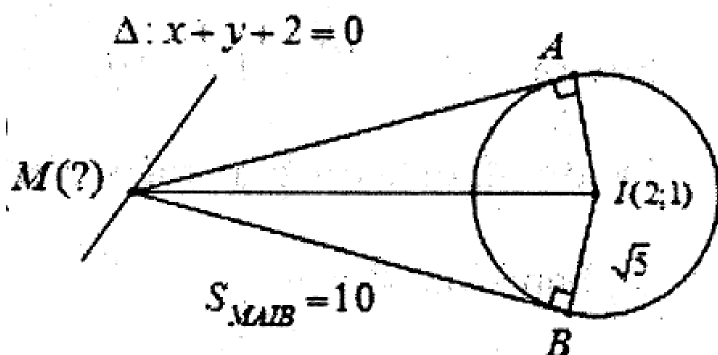
Ví dụ 1 (D – 2006): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y+1=0$ và đường thẳng $d: x-y+3=0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C), tiếp xúc ngoài với đường tròn (C).



HD: Điểm M thuộc đường thẳng d $\Rightarrow$ $M(t)$. Từ (C) $\Rightarrow$ tâm I và bán kính R. ta có IM=3R $\Rightarrow$ M. ĐS: $M(1;4)$ hoặc $M(-2;1)$.

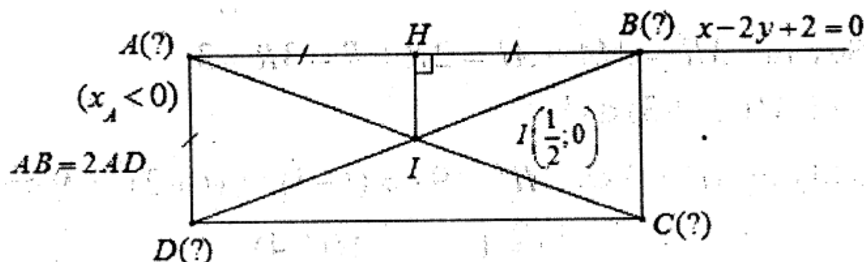
Ví dụ 2 (A – 2011): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ. Qua M

kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A,B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10.



Hướng dẫn: Từ (C) $\Rightarrow$ tâm I và bán kính R. Từ tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10 $\Rightarrow$ diện tích tam giác MBI. Có BI $\Rightarrow$ MB, mà $M(t)$ $\Rightarrow$ M. ĐS: $M(2;-4)$ hoặc $M(-3;1)$.

Ví dụ 3 (B – 2002): Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x-2y+2=0$ và $AB=2AD$. Tìm tọa độ các điểm A,B,C,D biết rằng A có hoành độ âm.



Hướng dẫn: B thuộc đường thẳng AB $\Rightarrow$ $B(t)$ và I là trung điểm BD$\Rightarrow$ $D(t)$.

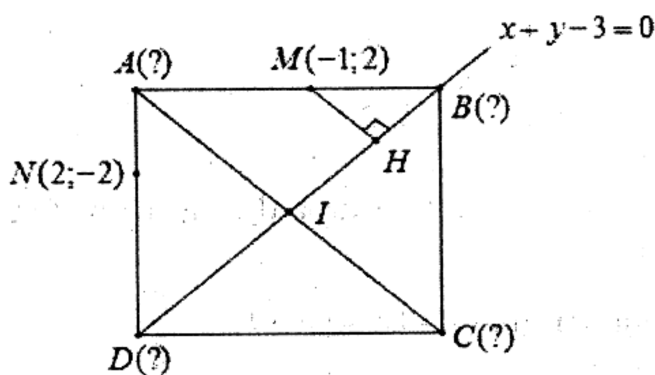
Ta có AD=2d(I,AB)$\Rightarrow$ t.

Cách 2: AD=2d(I,AB)=2IH. Tính được IA=IB, từ đó $\Rightarrow$ A, B là giao điểm của đường thẳng AB và đường tròn tâm I, bán kính R=IA. ĐS: $A(-2;0), B(2;2), C(3;0), D(-1;-2)$.

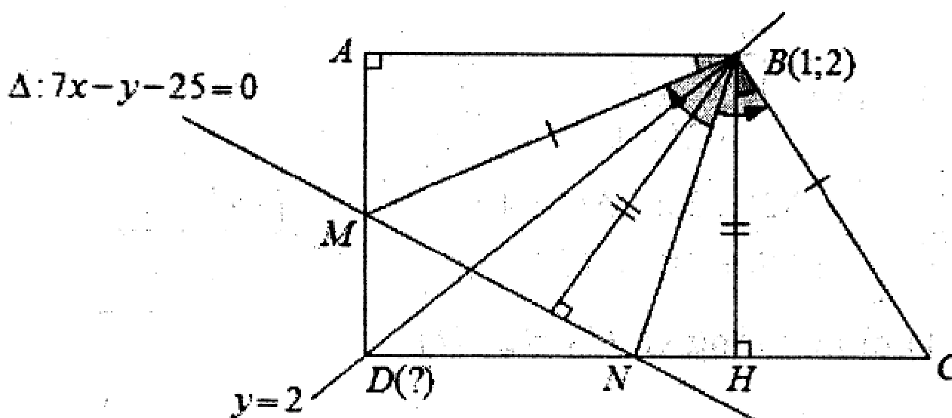
Ví dụ 4 (B – 2009 – NC): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh B,C thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$. Xác định tọa độ các đỉnh B và C, biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

Hướng dẫn: Từ diện tích tam giác $ABC \Rightarrow BC \Rightarrow AB = AC$. Ta có B, C là giao điểm của đường thẳng với đường tròn tâm A bán kính AB. ĐS: $B\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right), C\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$ hoặc $C\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right), B\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$.

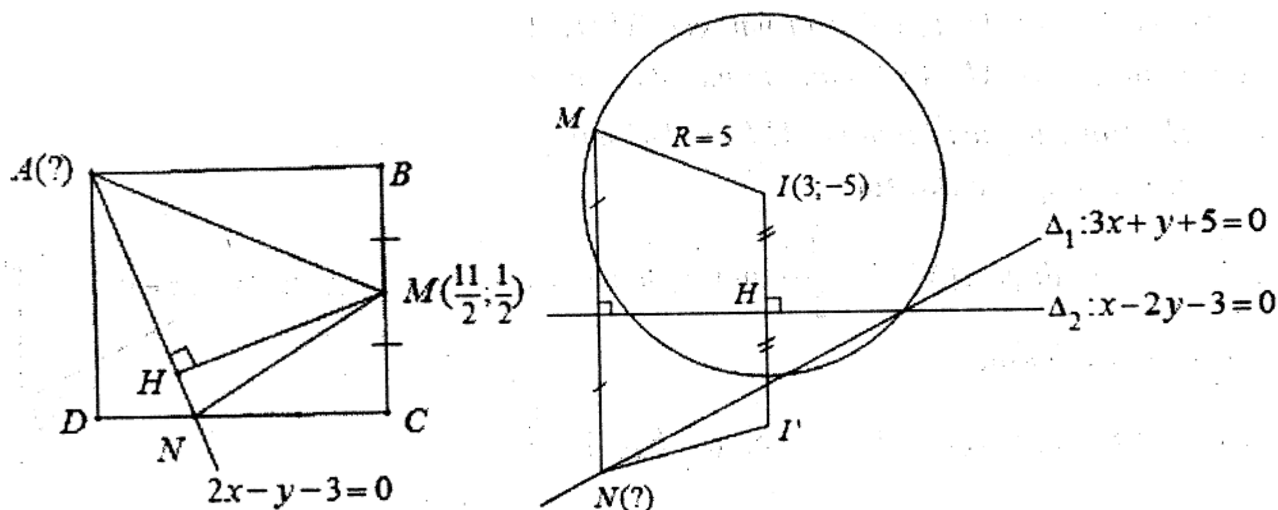
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$, có BD nằm trên đường thẳng có phương trình $x+y-3=0$, điểm $M(-1;2)$ thuộc đường thẳng AB, điểm $N(2;-2)$ thuộc đường thẳng AD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết điểm B có hoành độ dương.



Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, có $AB = AD < CD$, điểm $B(1;2)$, đường thẳng BD có phương trình $y=2$. Biết đường thẳng $\Delta: 7x-y-25=0$ cắt các đoạn thẳng AD, CD lần lượt tại hai điểm M, N sao cho BM vuông góc với BC và tia BN là tia phân giác trong của $\widehat{MBC}$. Tìm tọa độ điểm D biết D có hoành độ dương.

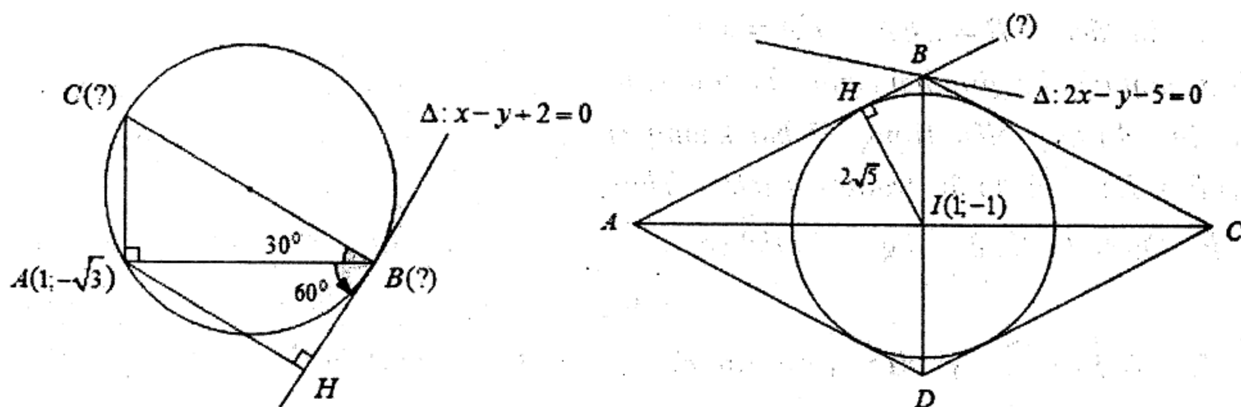


Ví dụ 7. (A, A1 – 2012 – CB): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.



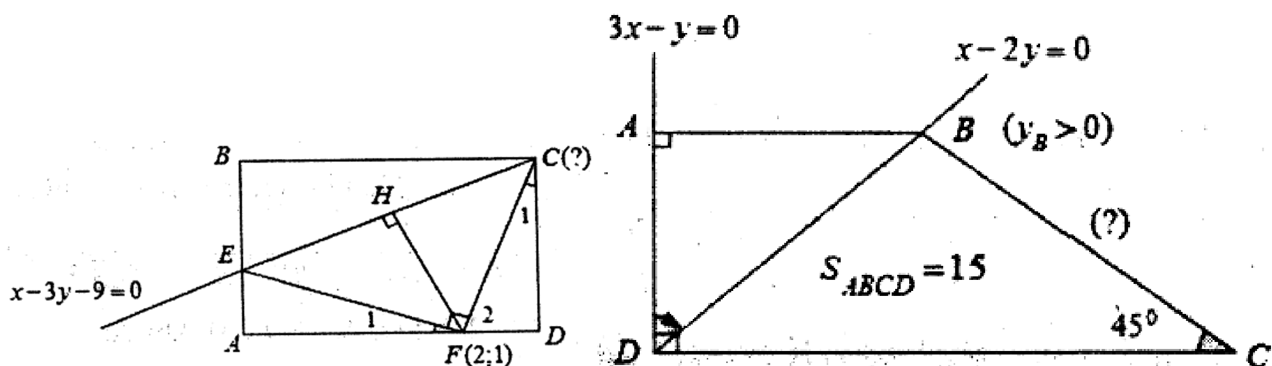
Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x + y + 5 = 0$, $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$. Gọi M là một điểm thuộc đường tròn (C) và (N) là điểm thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho M và N đối xứng với nhau qua Δ_2. Tìm tọa độ điểm N.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại $A\left(1;-\sqrt{3}\right)$ có góc $\widehat{ABC} = 30^0$, đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ là tiếp tuyến tại B của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ các điểm B và C, biết B có hoành độ là một số hữu tỉ.



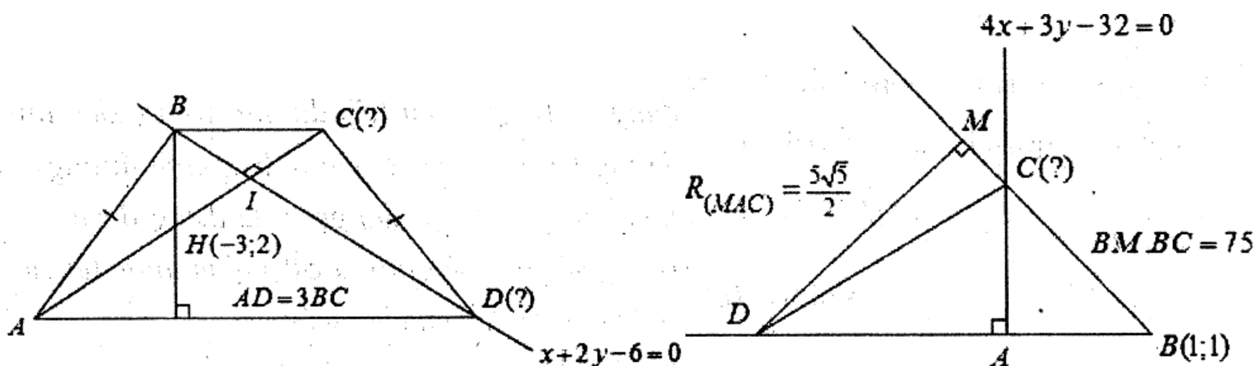
Ví dụ 10. Cho hình thoi $ABCD$, ngoại tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 18 = 0$. Biết $AC = 2BD$, điểm B có hoành độ dương và thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 5 = 0$. Viết phương trình cạnh AB.

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có E, F lần lượt thuộc các đoạn AB, AD sao cho $EB = 2EA, FA = 3FD, F(2;1)$ và tam giác CEF vuông tại F. Biết rằng đường thẳng $x - 3y - 9 = 0$ đi qua hai điểm C, E. Tìm tọa độ điểm C biết C có hoành độ dương.



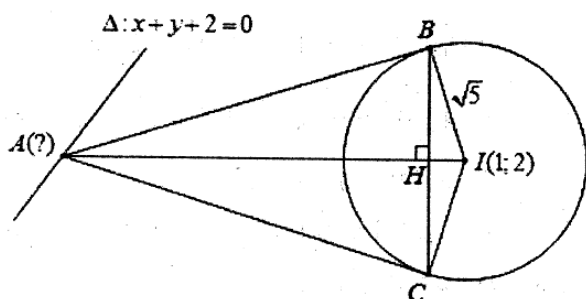
Ví dụ 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn CD và $\widehat{BCD} = 45^0$. Đường thẳng AD và BD lần lượt có phương trình $3x - y = 0$ và $x - 2y = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC biết diện tích hình thang bằng 15 và điểm B có tung độ dương.

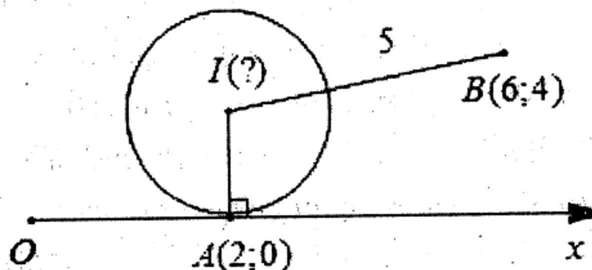
Ví dụ 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D.



Ví dụ 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, điểm $B(1;1)$. Trên tia BC lấy điểm M sao cho $BM.BC = 75$. Phương trình đường thẳng $AC: 4x + 3y - 32 = 0$. Tìm tọa độ điểm C biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAC bằng $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Ví dụ 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T):(x-1)^2+(y-2)^2=5$ và đường thẳng $\Delta: x+y+2=0$. Từ điểm A thuộc Δ kẻ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (T) tại B và C. Tìm tọa độ điểm A biết diện tích tam giác ABC bằng 8.

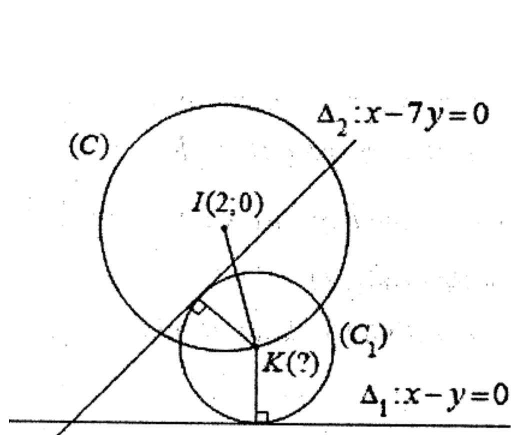


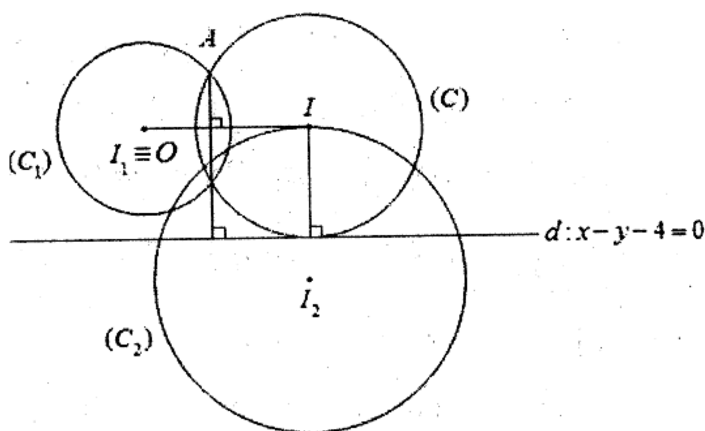


2. CÁCH RA ĐỀ 2:

Ví dụ 1 (B – 2005): Cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

Ví dụ 2 (B – 2009 – CB): Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=\frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x-y=0$ và $\Delta_2: x-7y=0$. Xác định tọa độ tâm K và bán kính của đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C).

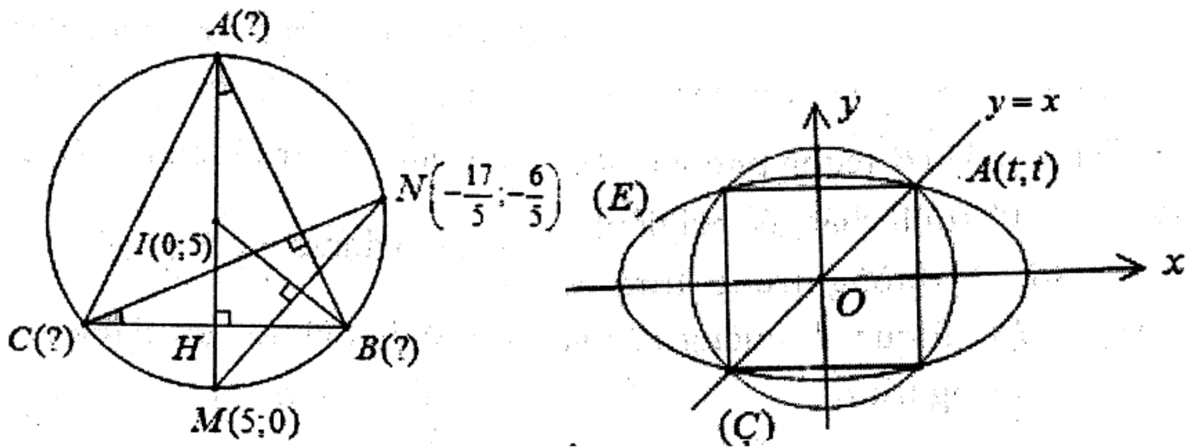




Ví dụ 3 (B – 2012 – CB): Cho đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4, (C_2): x^2+y^2-12x+18=0$ và đường thẳng $d: x-y-4=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB vuông góc với d.

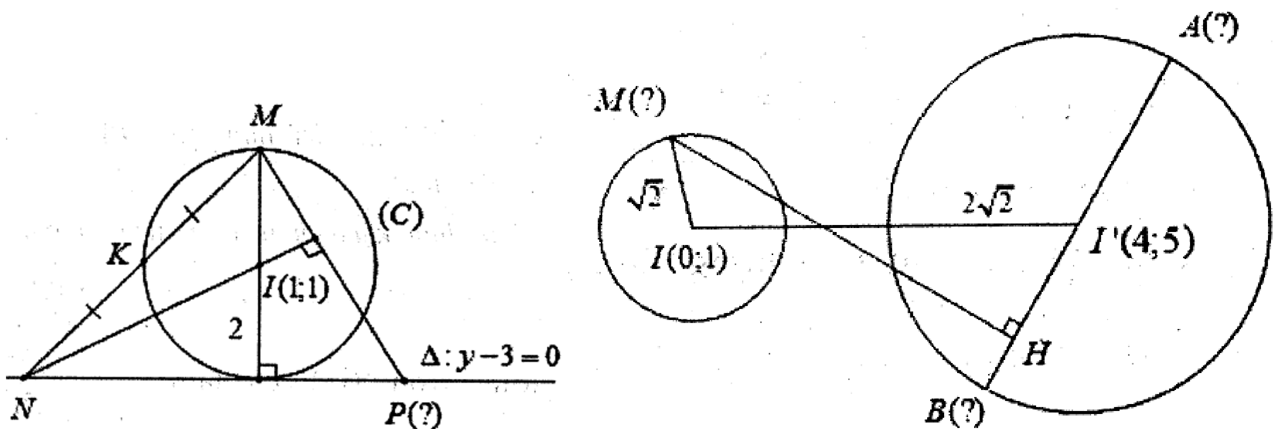
Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(0;5)$. Đường thẳng AI cắt đường tròn (T) tại điểm $M(5;0)$ với M khác A.

Đường cao kẻ từ đỉnh C cắt đường tròn (T) tại $N\left(-\frac{17}{5};-\frac{6}{5}\right)$ với N khác C. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết B có hoành độ dương.



Ví dụ 5: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm phân biệt tạo thành bốn đỉnh của hình vuông

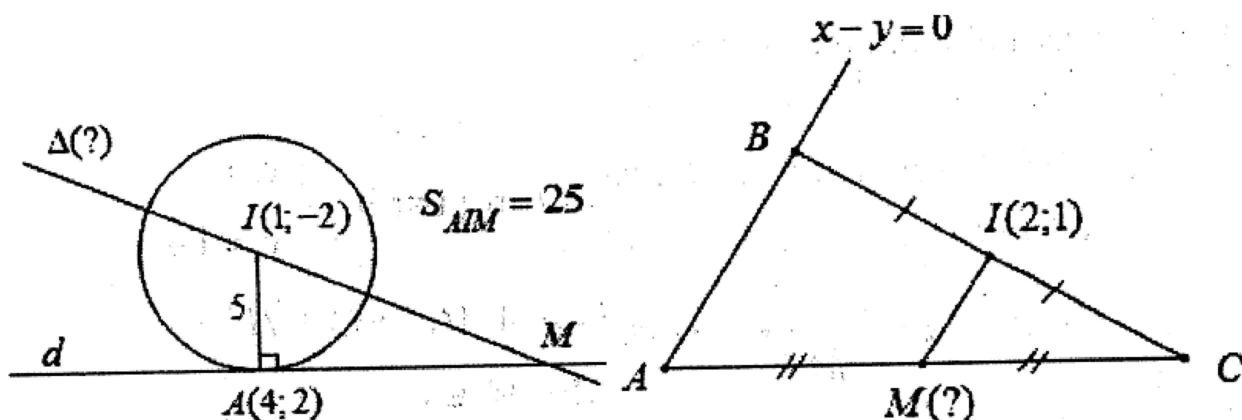
Ví dụ 6. (D – 2013 – NC): Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=4$ và đường thẳng $\Delta: y-3=0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc Δ, đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.



Ví dụ 7. Cho đường tròn $(C):(x-4)^2+(y-1)^2=2$ và $(C):(x-y)^2+(y-5)^2=8$. Cho AB là một đường kính thay đổi của đường tròn (C') và M là một điểm di động trên đường tròn (C). Tìm tọa độ các điểm M, A, B sao cho diện tích của tam giác MAB lớn nhất.

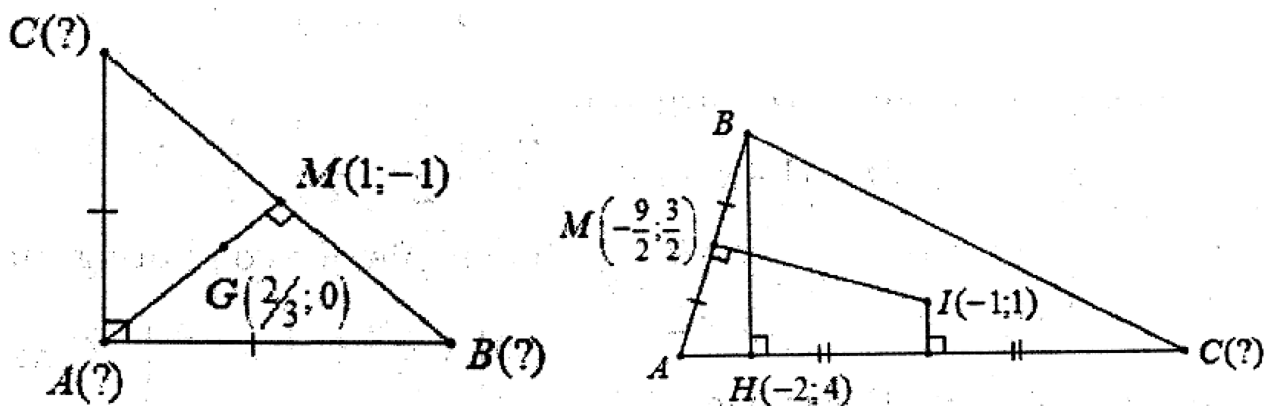
3. CÁCH RA ĐỀ 3:

Ví dụ 1: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và điểm $A(4;2)$. Gọi d là tiếp tuyến tại A của (C). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm I của (C) và Δ cắt d tại M sao cho tam giác AIM có diện tích bằng 25 và M có hoành độ dương.



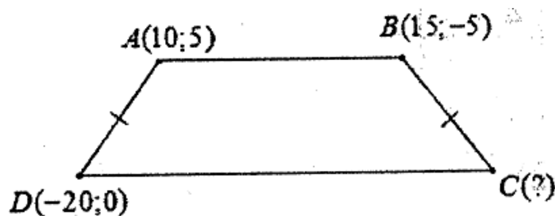
Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có diện tích bằng 2, đường thẳng đi qua A và B có phương trình $x - y = 0$. Tìm tọa độ trung điểm M của AC biết $I(2;1)$ là trung điểm của BC.

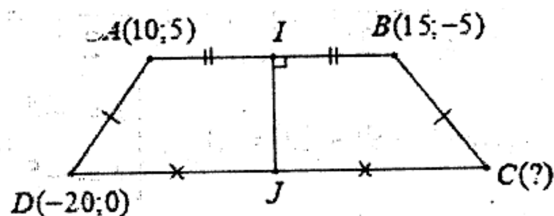
Ví dụ 3 (B-2003): Cho tam giác ABC có $AB = AC, \widehat{BAC} = 90^0$. Biết $M(1;-1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.



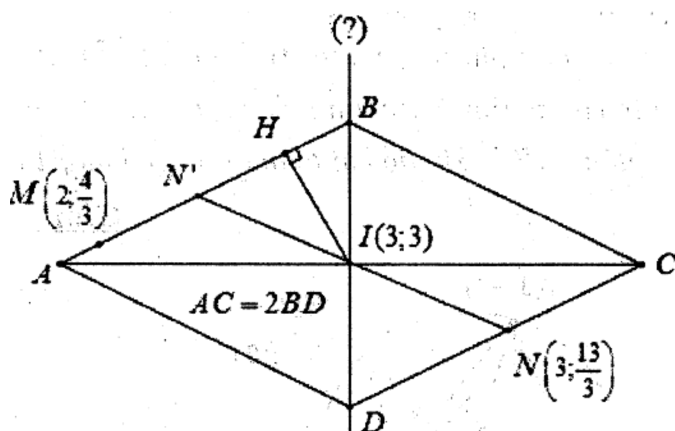
Ví dụ 4 (D-2013-CB): Cho tam giác ABC có điểm $M\left(-\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ điểm C.

Ví dụ 5: Cho các điểm $A(10;5), B(15;-5)$ và $D(-20;0)$ là các đỉnh của hình thang cân $ABCD$ trong đó AB song song với CD. Tìm tọa độ đỉnh C.

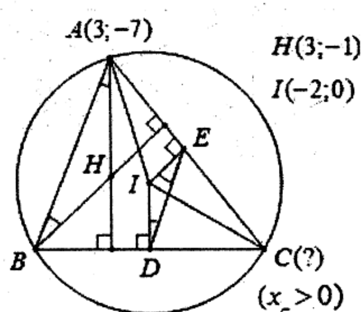


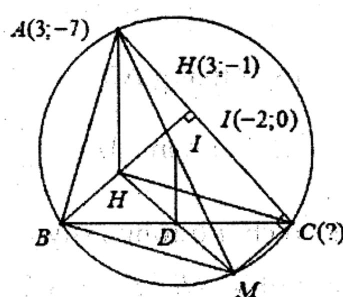


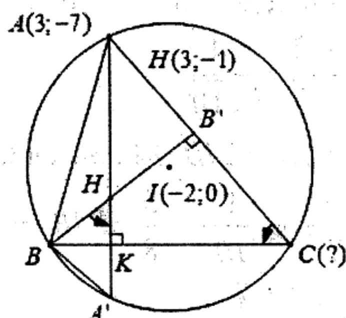
Ví dụ 6.: Cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3;3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(2;\frac{4}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB, điểm $N\left(3;\frac{13}{3}\right)$ thuộc đường thẳng CD. Viết phương trình đường chéo BD biết đỉnh B có tung độ nguyên.



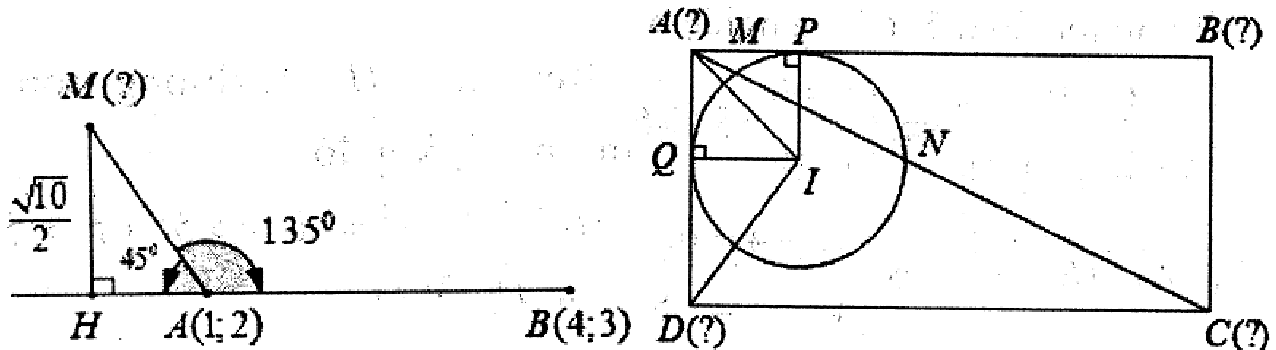
Ví dụ 7 (D-2010-CB): Cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;-7)$, trực tâm là $H(3;-1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2;0)$. Xác định tọa độ đỉnh C biết C có hoành độ dương.





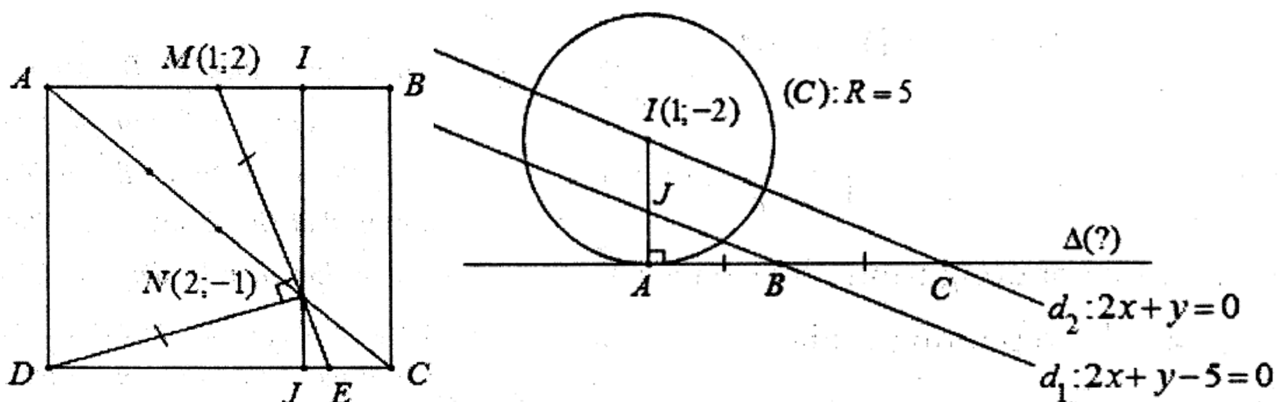


Ví dụ 8: Cho hai điểm $A(1;2), B(4;3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\widehat{MAB} = 135^0$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$.



Ví dụ 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có các cạnh AB và AD tiếp xúc với đường tròn (T) có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$. Đường chéo AC cắt đường tròn (T) tại hai điểm M, N. Biết $M\left(-\frac{16}{5}; \frac{23}{5}\right)$, trục tung chứa điểm N và không song song với AD; diện tích tam giác ADI bằng 10 và điểm A có hoành độ âm và nhỏ hơn hoành độ của D. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

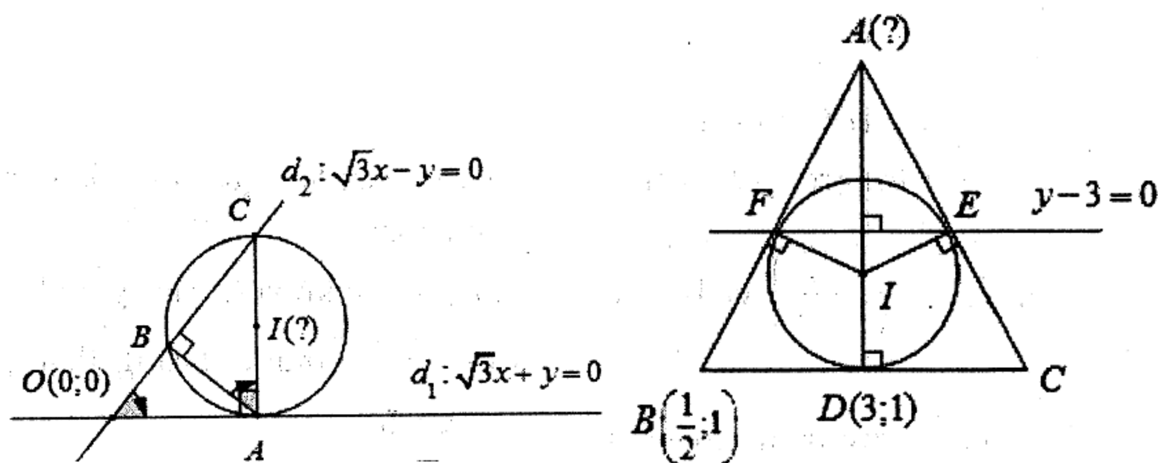
Ví dụ 10 (Khối A, A1-2014): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm AB và N là điểm thuộc AC sao cho AN=3NC. Viết phương trình đường thẳng CD, biết M(1;2) và N(2;-1).



4. CÁCH RA ĐỀ 4:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 5 = 0$, $d_2: 2x + y = 0$. Lập phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) tại A cắt Oxy d_1, d_2 lần lượt tại B và C sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AC.

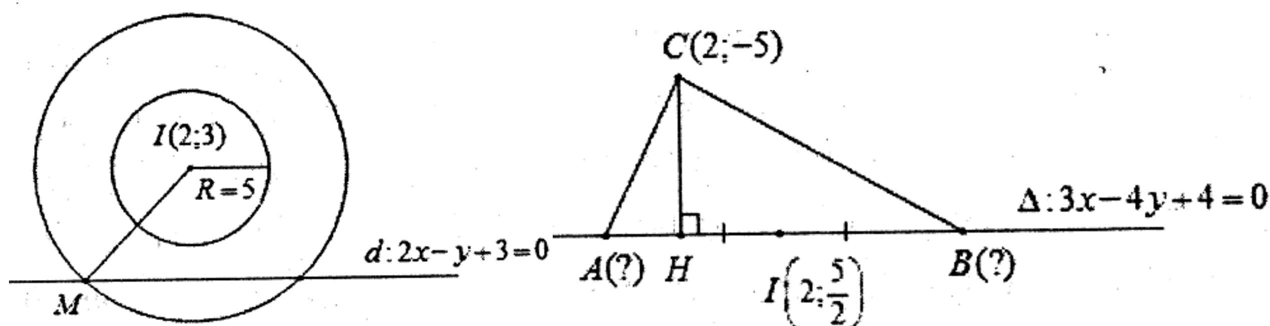
Ví dụ 2 (A – 2010 – CB): Cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.



Ví dụ 3 (B – 2011 – NC): Cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\frac{1}{2};1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Cho $D(3;1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có tung độ dương.

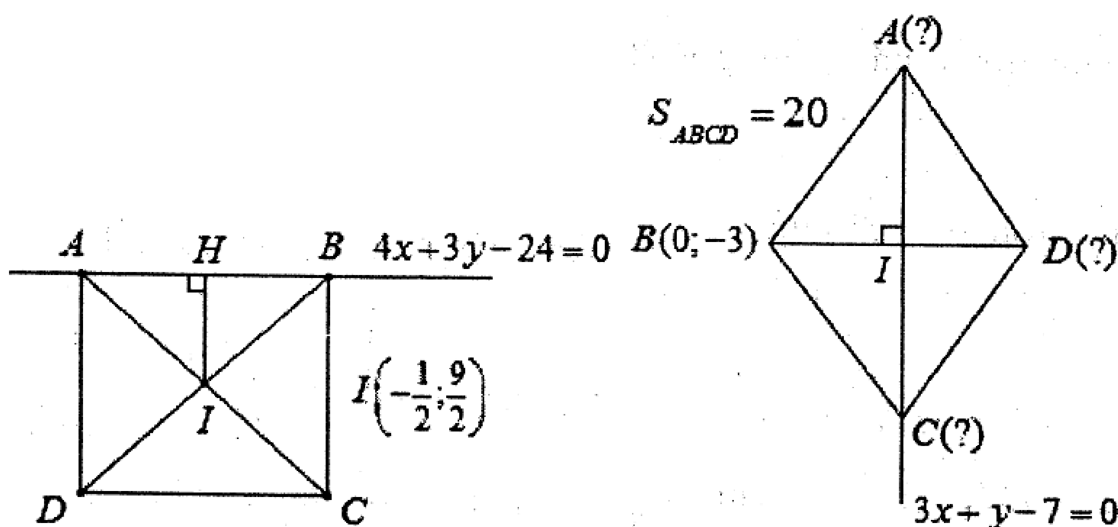
BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường tròn (C') có diện tích gấp bốn lần diện tích đường tròn (C) và (C') đồng tâm với (C). Biết đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ đi qua điểm M.



Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $C(2;-5)$, đường thẳng $\Delta: 3x-4y+4=0$. Tìm trên đường thẳng Δ hai điểm A và B đối xứng với nhau qua điểm $I\left(2;\frac{5}{2}\right)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

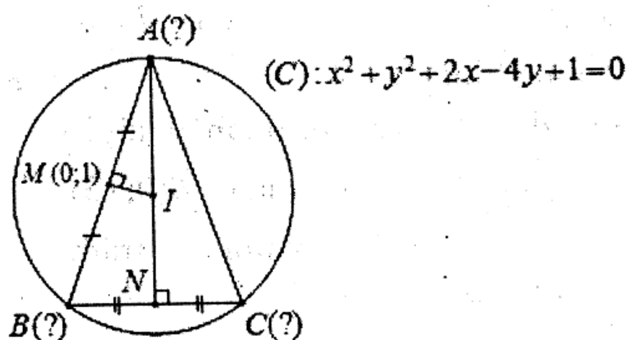
Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có phương trình cạnh $AB: 4x+3y-24=0$ và $I\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$ là giao điểm hai đường chéo. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết đỉnh A có hoành độ dương.

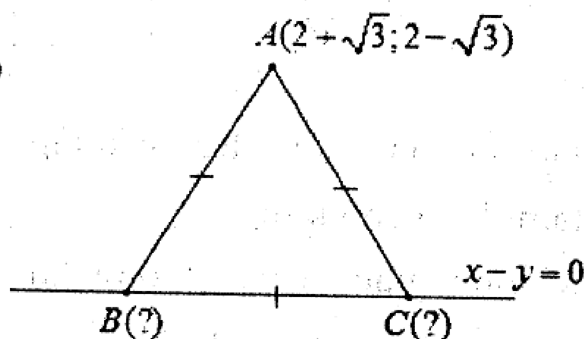


Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ biết phương trình của một đường chéo là $3x+y-7=0$, điểm $B(0;3)$, diện tích hình thoi bằng 20. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thoi.

Bài 5.. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(0;5), B(2;3)$ và có bán kính $R=\sqrt{10}$.

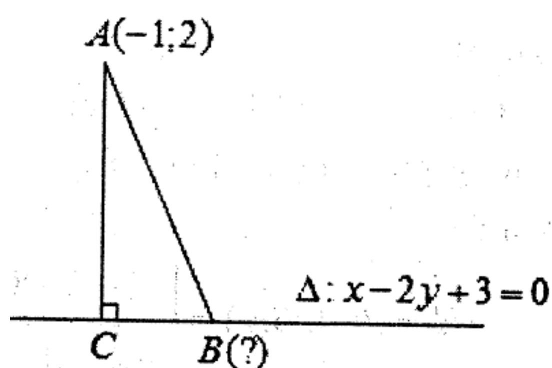
Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-4y+1=0$ và $M(0;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết M là trung điểm của cạnh AB và A có hoành độ dương.

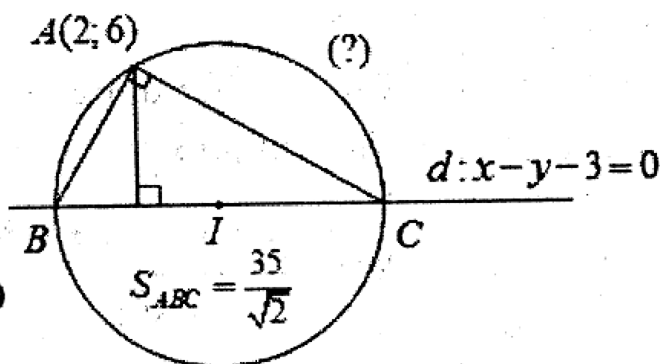




Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC đều, biết điểm $\left(2+\sqrt{3};2-\sqrt{3}\right)$ và đường thẳng $BC: x-y=0$. Tìm tọa độ B và C.

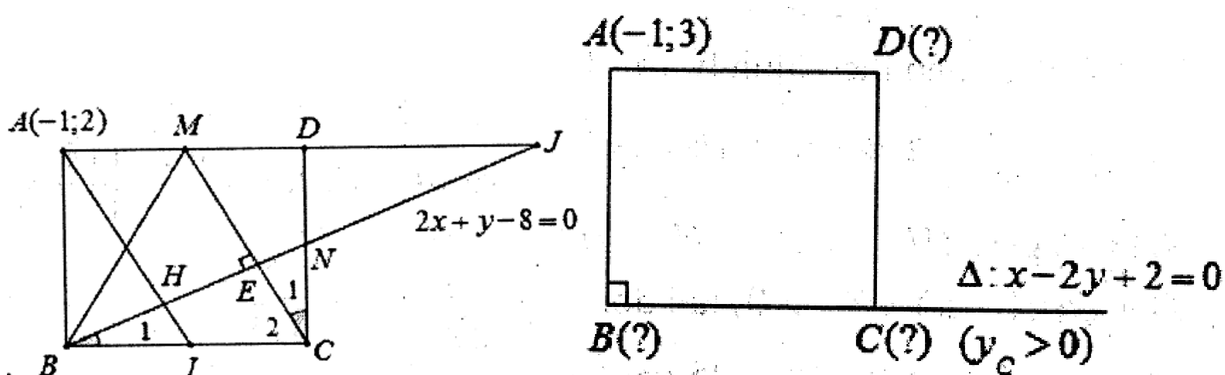
Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A\left(-1;2\right)$ và đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Trên đường thẳng Δ lấy hai điểm B,C sao cho tam giác ABC vuông tại C và $AC=3BC$. Tỉm tọa độ đỉnh B.





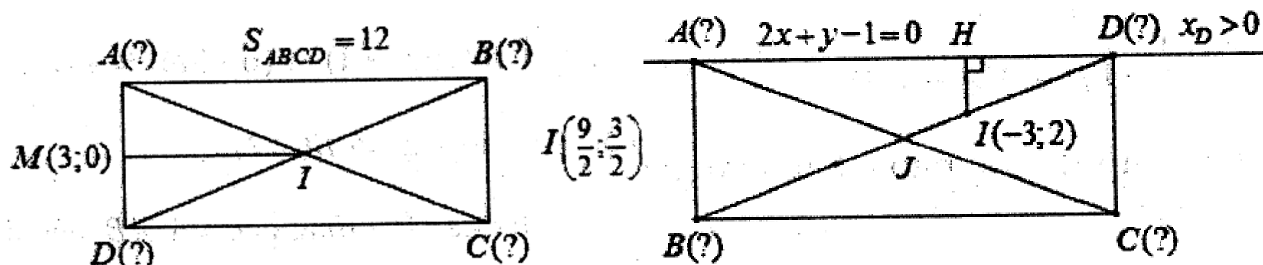
Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-y-3=0$ và điểm $A\left(2;6\right)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp ngoại tiếp tam giác ABC biết rằng hai điểm B,C thuộc đường thẳng d, tam giác ABC vuông tại A và có diện tích bằng $\frac{35}{\sqrt{2}}$.

Bài 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và $A\left(-1;2\right)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và DC, E là giao điểm của BN và CM. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BME biết BN nằm trên đt $2x+y-8=0$.



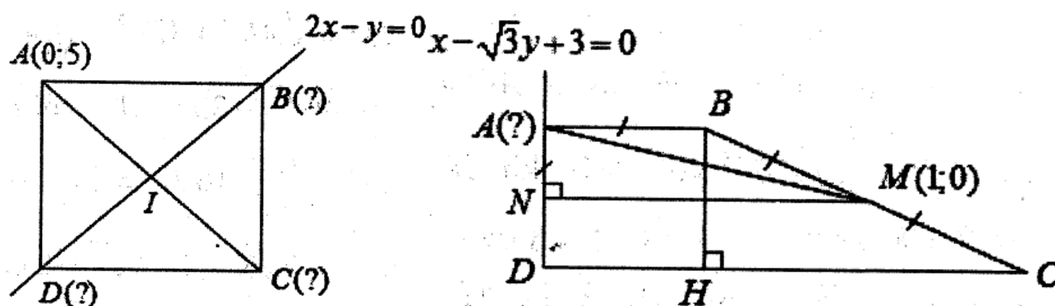
Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1;3)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x-2y+2=0$. Dựng hình vuông $ABCD$ sao cho hai đỉnh B,C nằm trên Δ. Tìm tọa độ các đỉnh B,C,D biết C có tung độ dương.

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm của hình chữ nhật là điểm $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ thuộc đoạn BD sao cho $IB=2ID$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật, biết A có dung độ dương.



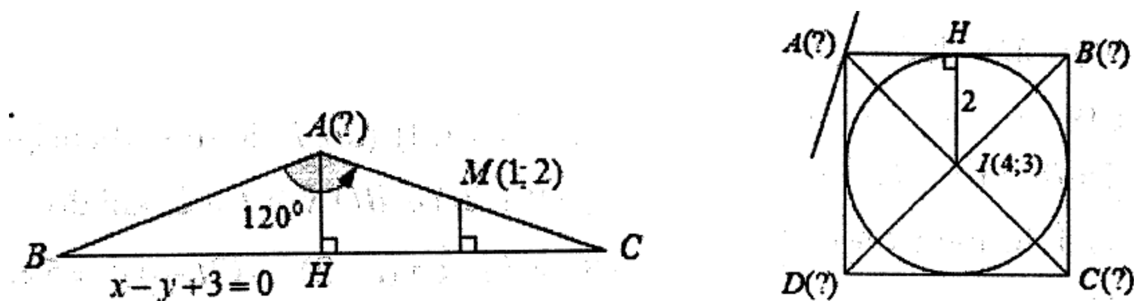
Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ và điểm $M(3;0)$ là trung điểm của cạnh AD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình $AD: 2x+y-1=0$, điểm $I(-3;2)$ thuộc đoạn BD sao cho $IB=2ID$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật, biết D có hoành độ dương và $AD=2AB$.

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(0;5)$ và một đường chéo nằm trên đường thẳng có phương trình $2x-y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông, biết B có hoành độ lớn hơn 2.



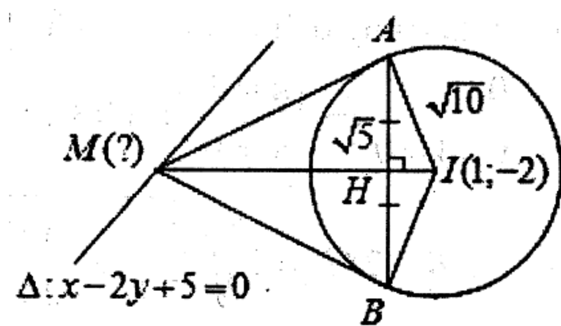
Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn CD. Biết $BC = 2AB = 2AD$, trung điểm của BC là điểm $M(1;0)$, đường thẳng AD cospt $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết A có tung độ nguyên.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, biết $\widehat{BAC} = 120^0; M(1;2)$ là trung điểm của cạnh AC. Đường thẳng BC có phương trình $x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết điểm C có hoành độ dương.



Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp đường tròn (C) biết A nằm trên d và có hoành độ nguyên.

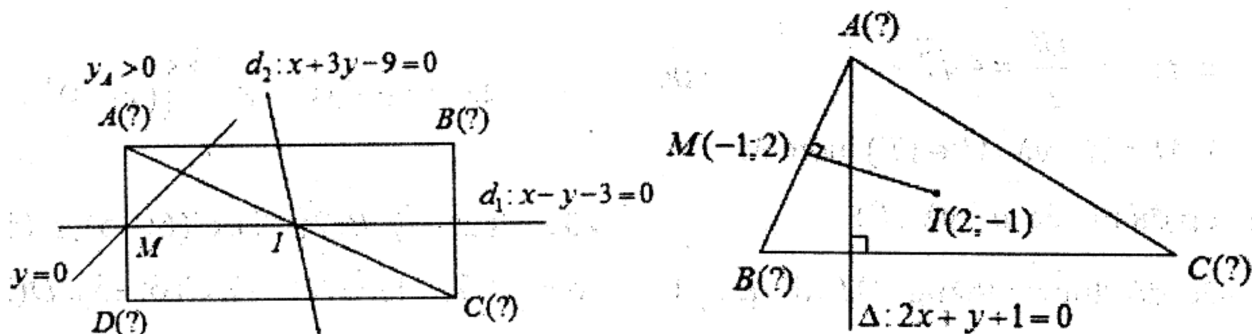
Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$. Qua điểm M thuộc Δ, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết độ dài đoạn $AB = 2\sqrt{5}$.



Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với hai trục tọa độ, đồng thời tiếp xúc ngoài với đường tròn (C). Biết tâm của (C') có hoành độ và tung độ cùng dấu. (Không hình)

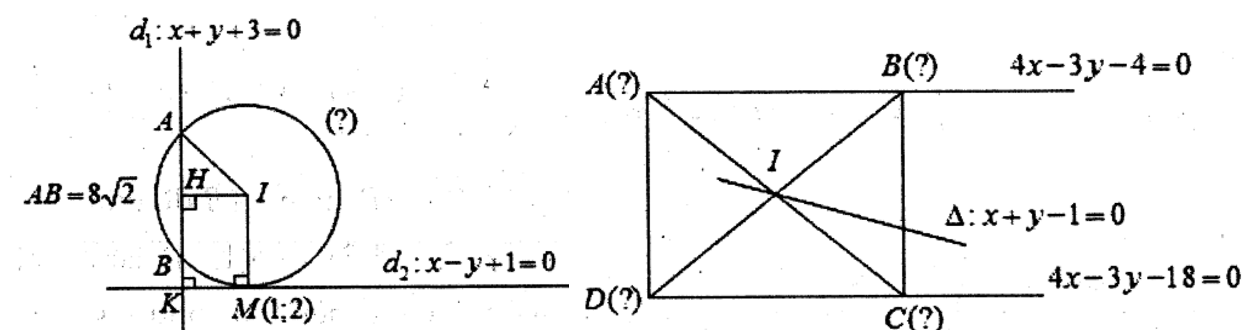
Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và có tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + 3y - 9 = 0$. Trung điểm

của cạnh AD là giao điểm của d_1 với trục hoành. Xác định tọa độ bốn đỉnh của hình chữ nhật, biết A có tung độ dương.



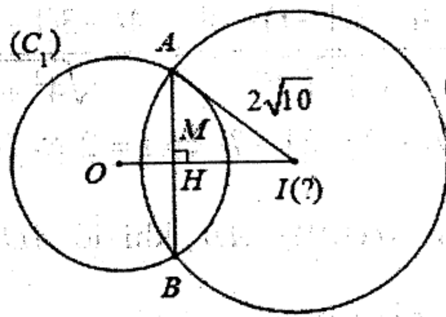
Bài 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trung điểm cạnh AB là $M(-1;2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là $I(2;-1)$. Đường cao của tam giác kẻ từ A có phương trình $\Delta: 2x+y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

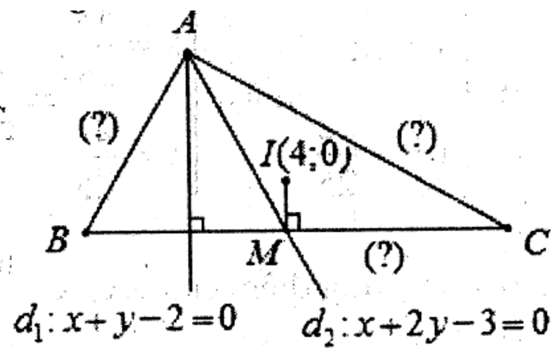
Bài 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: x+y+3=0$ và $d_2: x-y+1=0$ và điểm $M(1;2)$. Viết phương trình đường tròn đi qua M cắt d_1 tại hai điểm A và B sao cho $AB=8\sqrt{2}$ và đồng thời tiếp xúc với d_2.



Bài 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có $AB: 4x-y-4=0, CD: 4x-3y=18=0$ và tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết A có hoành độ nhỏ hơn 1.

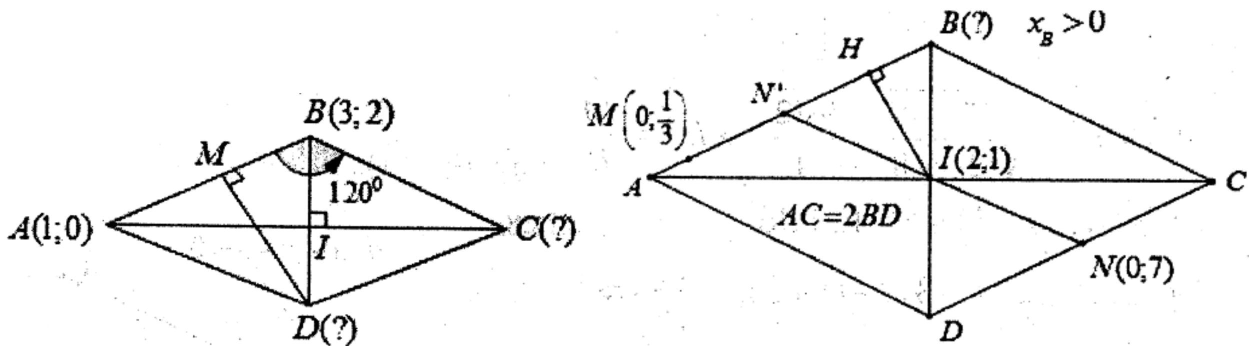
Bài 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C_1) có phương trình $x^2+y^2=25$, điểm $M(1;-2)$. Đường tròn (C_2) có bán kính $2\sqrt{10}$. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C_2), sao cho (C_2) cắt (C_1) theo một dây cung qua M có độ dài nhỏ nhất.





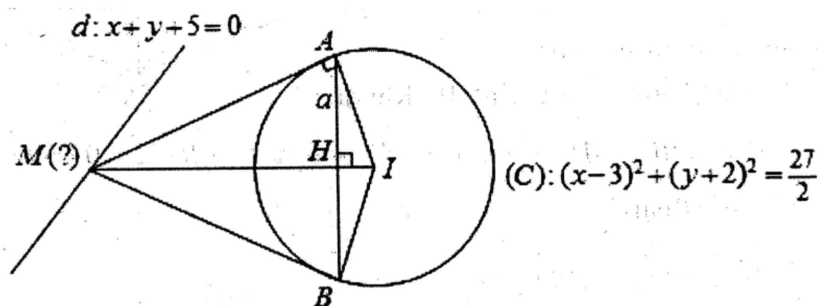
Bài 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là điểm $I(4;0)$ và phương trình hai đường thẳng lần lượt chứa đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác là $d_1: x+y-2=0$ và $d_2: x+2y-3=0$. Viết phương trình các đường thẳng chứa cạnh của tam giác ABC biết B có tung độ dương.

Bài 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $A(1;0), B(3;2)$ và $\widehat{ABC}=120^0$. Xác định tọa độ hai đỉnh C và D, biết D có tung độ dương.

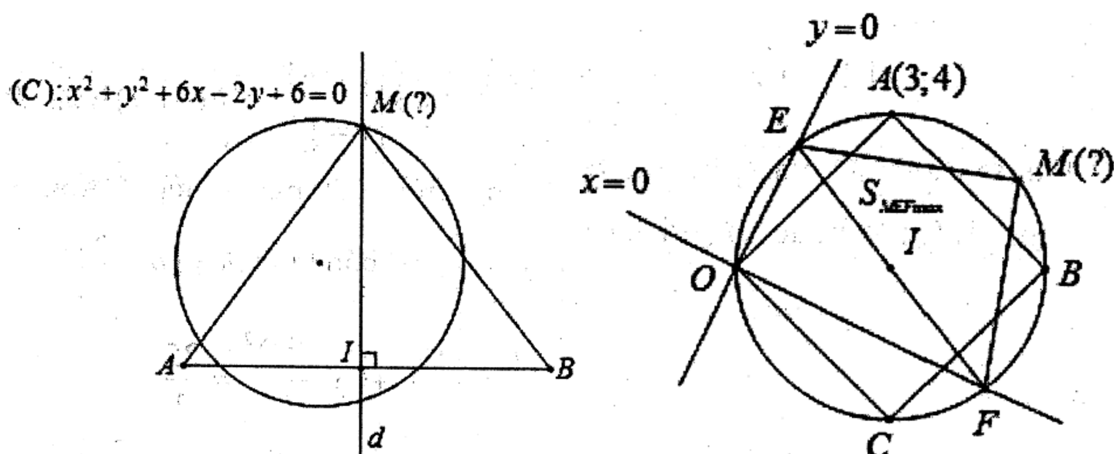


Bài 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2;1)$ và $AC=2BD$. Điểm $M\left(0;\frac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB, điểm $N(0;7)$ thuộc đường thẳng CD. Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Bài 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=\frac{27}{2}$ có tâm I và đường thẳng $d: x+y+5=0$. Từ điểm M thuộc d kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) (A, B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M sao cho diện tích tam giác IAB bằng $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ và độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

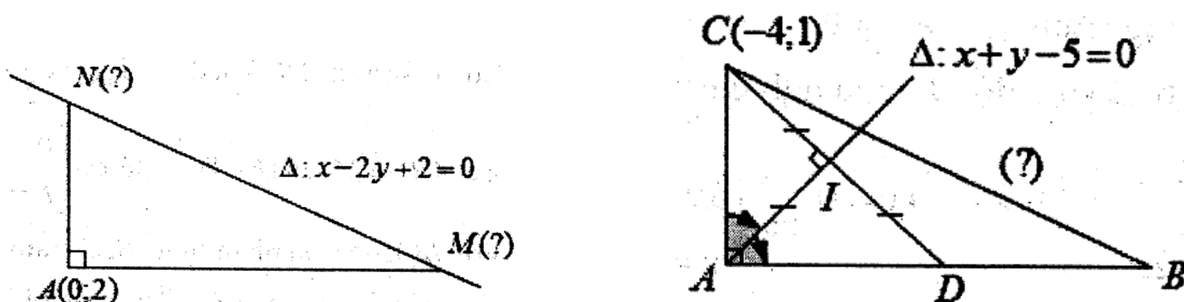


Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$ và các điểm $A(2;-3)$, $B(4;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên đường tròn sao cho tam giác MAB cân tại M và có diện tích lớn nhất.



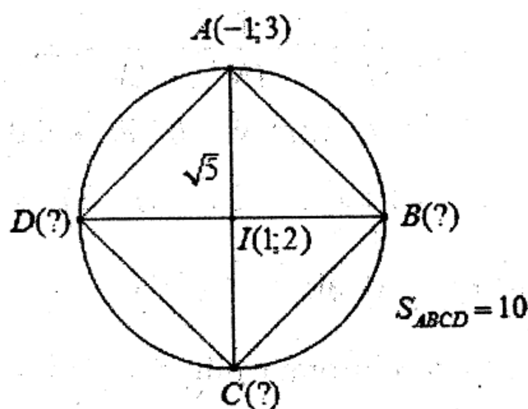
Bài 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $OABC$ có đỉnh $A(3;4)$ và điểm B có hoành độ âm. Gọi E,F theo thứ tự là các giao điểm của đường tròn (C) ngoại tiếp hình vuông $OABC$ với trục hoành và trục tung (E và F khác gốc tọa độ O). Tìm tọa độ điểm M sao cho tam giác MEF có diện tích lớn nhất.

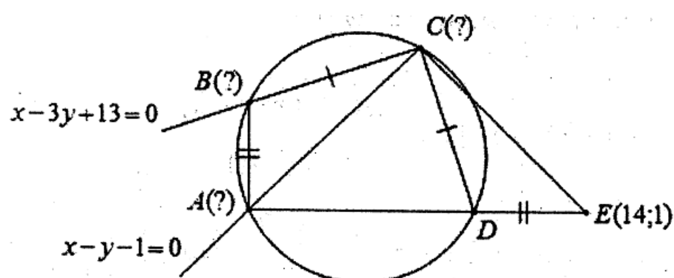
Bài 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;0)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 2 = 0$. Tìm trên Δ hai điểm M,N sao cho tam giác AMN vuông tại A và $AM = 2AN$, biết điểm N có tung độ là số nguyên.



Bài 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

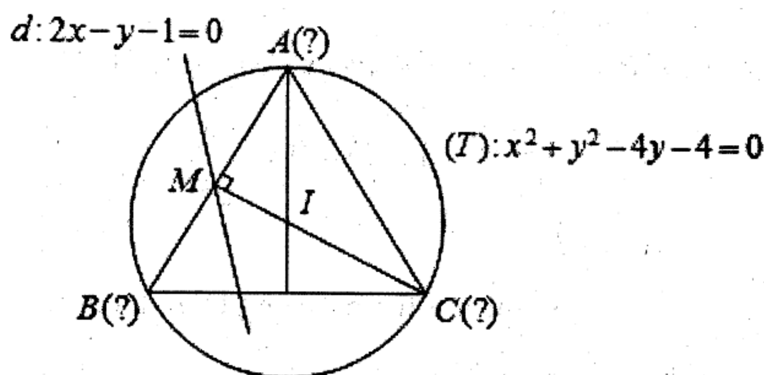
Bài 33. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$ và điểm $A(-1;3)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp (C) và có diện tích băng 10.





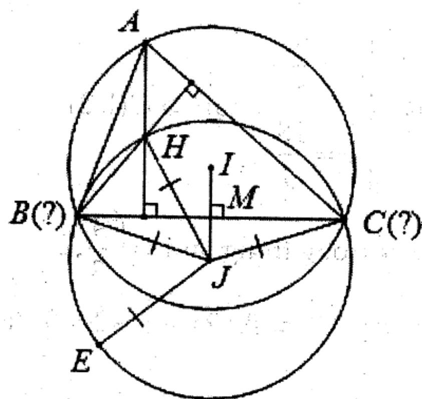
Bài 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn và $CB=CD$. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE=AB$. Phương trình cạnh $BC: x-3y+13=0$, phương trình $AC: x-y-1=0$. Tìm tọa độ đỉnh A, B biết A có hoành độ nhỏ hơn 3 và $E(14;1)$.

Bài 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(T): x^2+y^2-4y-4=0$ và cạnh AB có trung điểm M thuộc đường thẳng $d: 2x-y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết điểm M có hoành độ không lớn hơn 1.



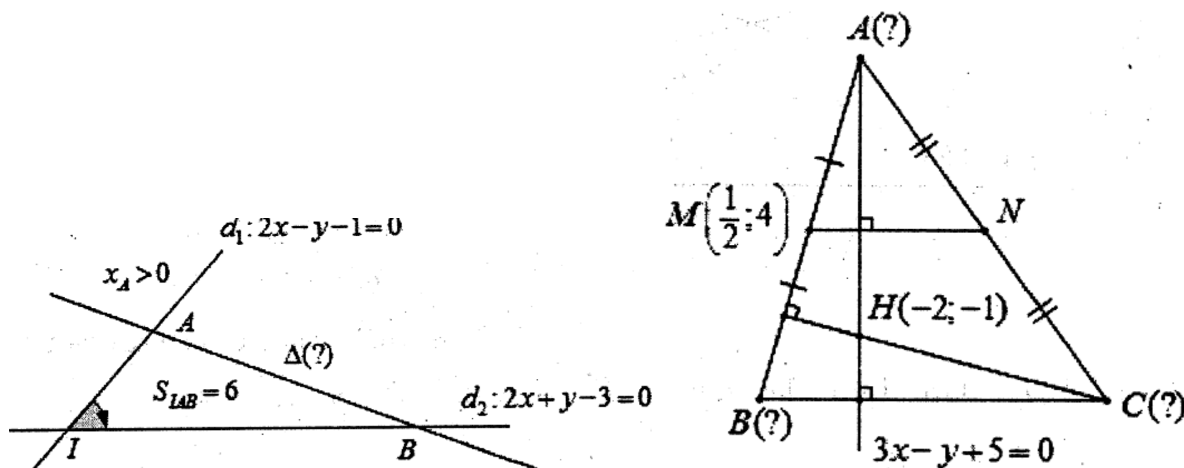
Bài 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng 4 với $A(3;-2), B(1;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng 2 và C có tung độ dương. (Không hình)

Bài 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(2;1)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $I(1;0)$. Trung điểm BC nằm trên đường thẳng có phương trình $x-2y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh B,C biết rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC đi qua điểm $E(6;-1)$ và hoành độ điểm B nhỏ hơn 4.



Bài 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;1), B(2;3)$ và C thuộc đường tròn có phương trình $x^2+y^2-6x-4y+9=0$. Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác ABC, biết diện tích tam giác ABC bằng 0,5 và điểm C có hoành độ là một số nguyên. (Không hình)

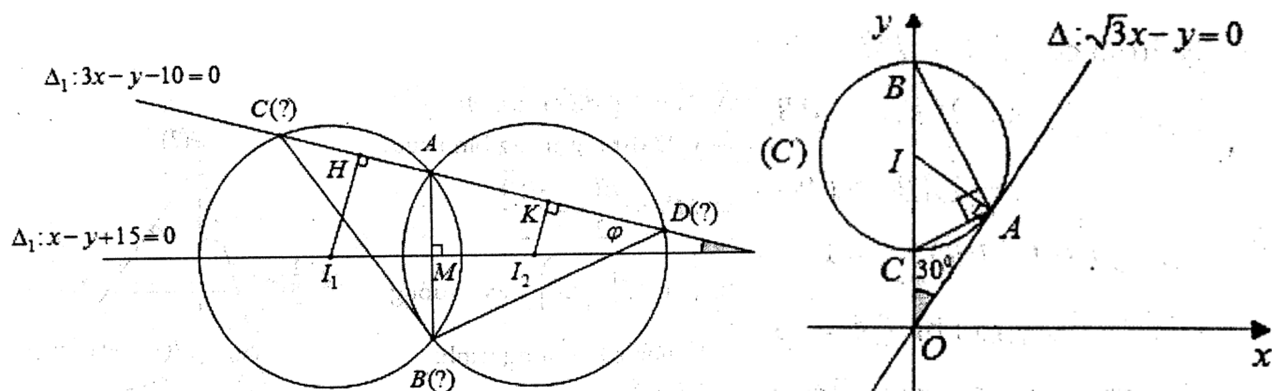
Bài 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x-y-1=0$ và $d_2: 2x+y-3=0$. Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2; A là điểm thuộc d_1 có hoành độ dương. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua A, cắt d_2 tại B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 6 và $IB=3IA$.



Bài 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A là $3x-y+5=0$, trực tâm $H(-2;-1)$ và $\left(\frac{1}{2};4\right)$ là trung điểm của cạnh AB. Tìm

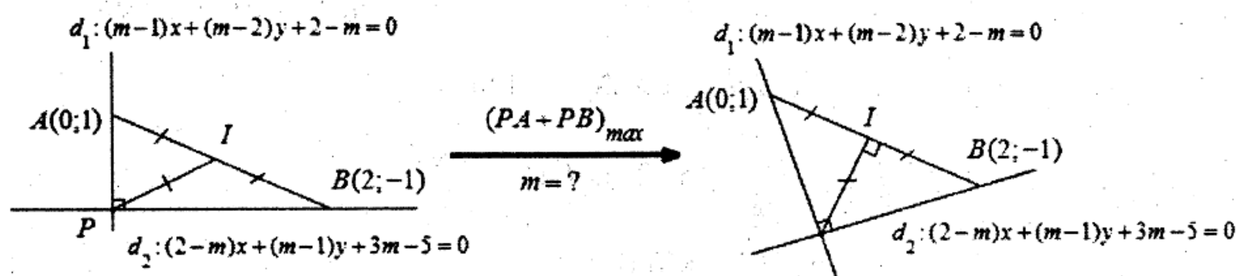
tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết $BC = \sqrt{10}$ và B có hoành độ nhỏ hơn hoành độ của C.

Bài 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x - y + 15 = 0$ và $\Delta_2 : 3x - y - 10 = 0$. Các đường tròn (C_1) và (C_2) có bán kính bằng nhau, đều có tâm nằm trên Δ_1 và cắt nhau tại hai điểm $A(10;20)$ và B. Đường thẳng Δ_2 cắt (C_1) và (C_2) lần lượt tại C và D (khác A). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác BCD, biết diện tích tam giác BCD bằng 120 và tâm của đường tròn (C_1) có hoành độ không dương.



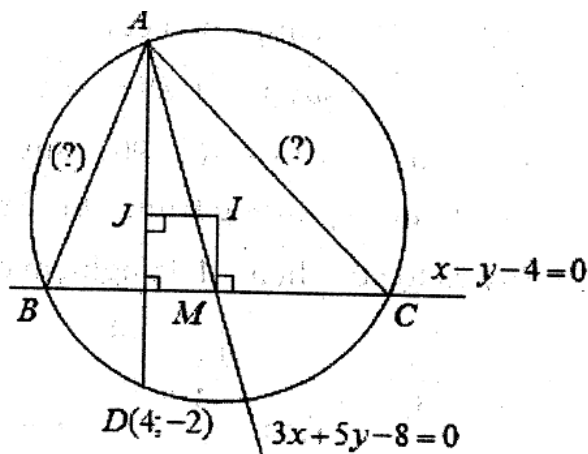
Bài 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : \sqrt{3}x - y = 0$. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với Δ tại A, cắt trục tung tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại A và có chu vi bằng $3 + \sqrt{3}$.

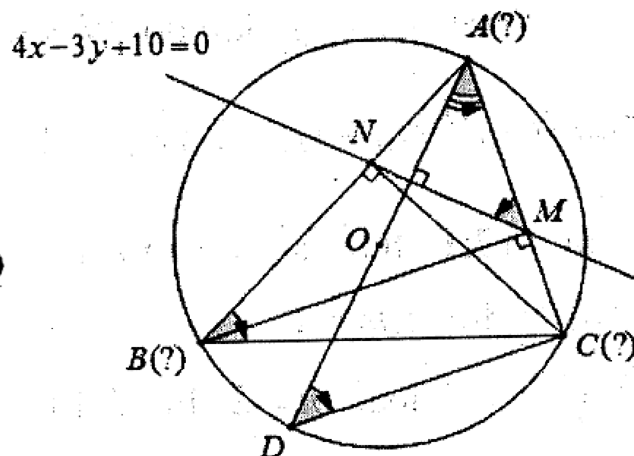
Bài 43. Cho hai điểm $A(0;1)$, $B(2;-1)$ và hai đường thẳng $d_1 : (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0$; $d_2 : (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$. Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2. Tìm m sao co $PA + PB$ lớn nhất.



Bài 44. Cho tam giác nhọn ABC. Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình là $3x + 5y - 8 = 0$ và $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là

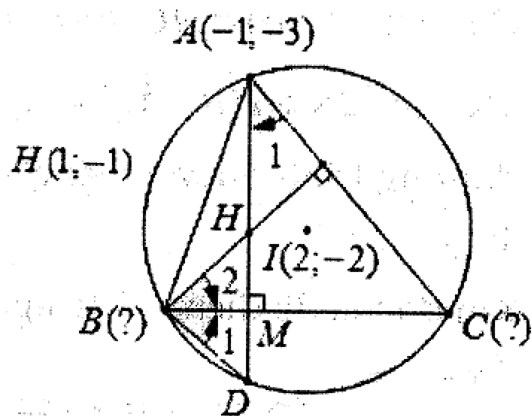
$D(4;-2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB, AC biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.

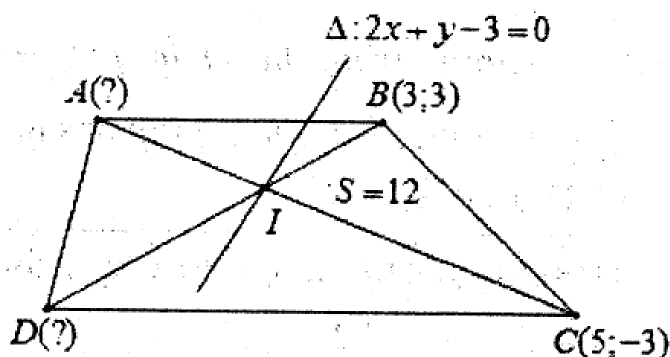




Bài 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$, đường thẳng AC đi qua điểm $K(2;1)$. Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là $4x - 3y + 10 = 0$ và có điểm A có hoành độ âm.

Bài 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$. Biết rằng trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt là $H(1;-1)$ và $I(2;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



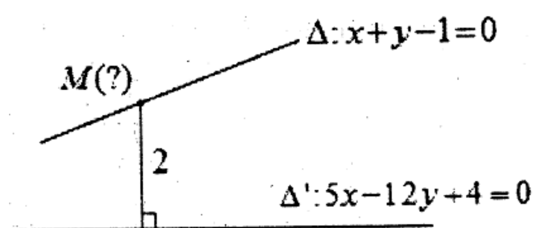


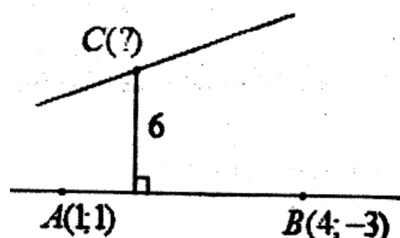
Bài 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD. Biết tọa độ $B(3;3), C(5;-3)$. Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$ để $CI = 2BI$, tam giác ABC có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.

Bài toán 2. Tìm M thuộc đường thẳng d và cách đường thẳng d' một khoảng không đổi

C. VÍ DỤ GỐC

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$ và đường thẳng $\Delta': 5x-12y+2=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho M cách Δ' một khoảng bằng 2.

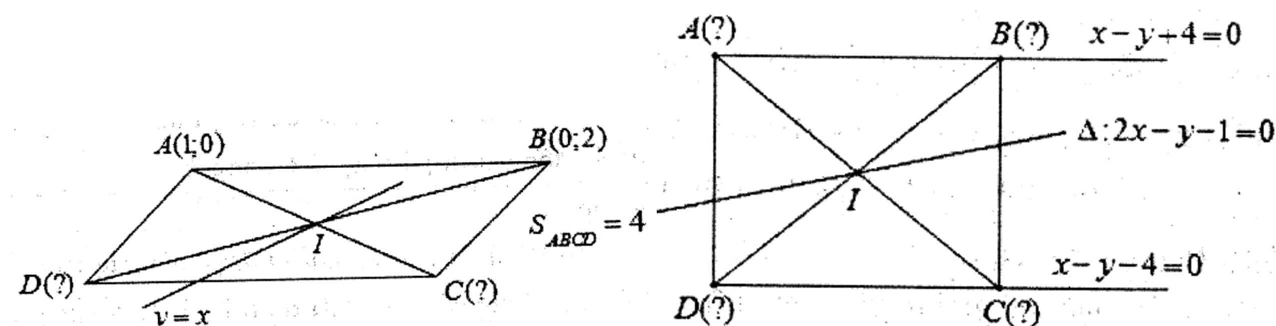




D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

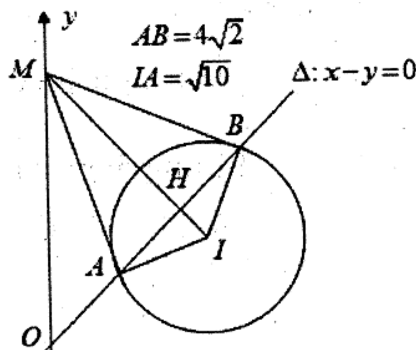
Ví dụ 1 (B – 2014): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1), B(4;-3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

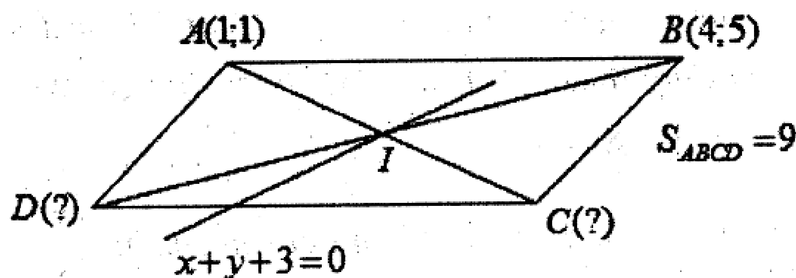
Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0), B(0;2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y=x$. Tìm tọa độ đỉnh C, D.



Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB và CD lần lượt là $x-y+4=0$ và $x-y-4=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết tâm của hình vuông thuộc đường thẳng $\Delta: 2x-y-1=0$.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x-y=0$. Đường tròn (C) có bán kính $R=\sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A,B sao cho $AB=4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy. Viết phương trình đường tròn (C).

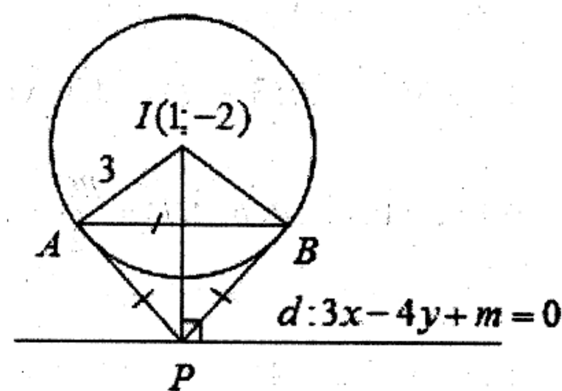


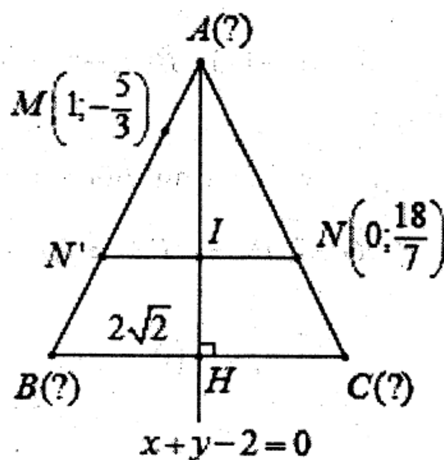


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ và $A(3;1), B(4;5)$. Tâm I của hình bình hành thuộc đường thẳng $x+y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh C,D biết rằng diện tích hình bình hạnh $ABCD$ bằng 9.

Bài 2 (D-2007). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=9$ và đường thẳng $d:3x-4y+m=0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA,PB tới (C) (A,B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

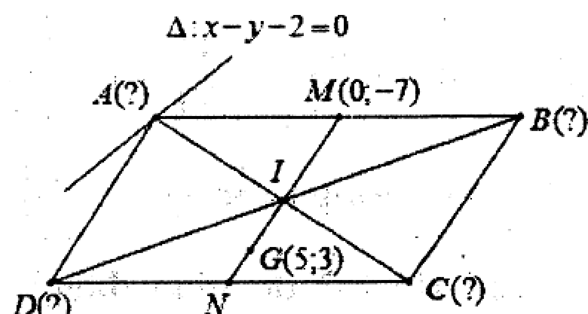




Bài 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A với $BC=4\sqrt{2}$. Các đường thẳng AB và AC lần lượt đi qua các điểm $M\left(1;-\frac{5}{3}\right)$ và $N\left(0;\frac{18}{7}\right)$. Xác định

tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường cao AH có phương trình $x+y-2=0$ và điểm B có hoành độ dương.

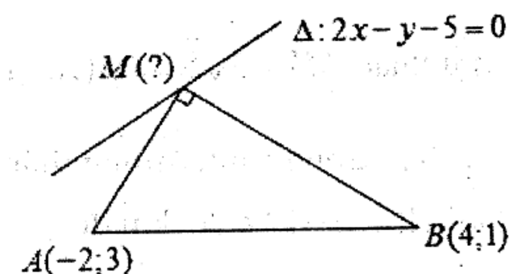
Bài 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có giao điểm hai đường chéo là I. Trung điểm của AB là điểm $M(0;-7)$ và trọng tâm $G(5;3)$ của tam giác ICD. Biết diện tích ABD bằng 12 và A thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.



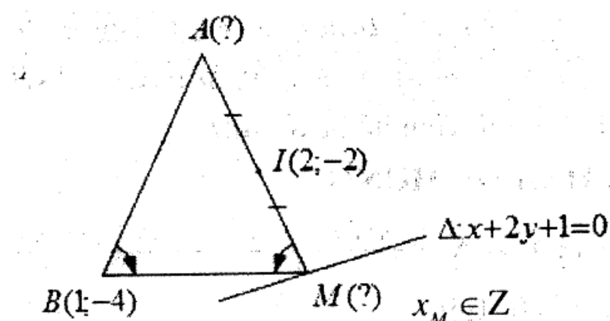
Bài toán 3. Tìm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB là tam giác đặc biệt (vuông, cân, hai cạnh có mối quan hệ về độ dài, ...)

C. VÍ DỤ GỐC:

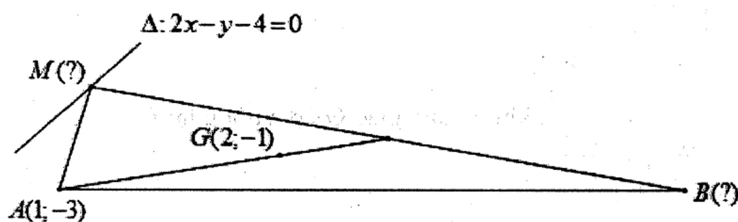
Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 2x-y-5=0$ với hai điểm $A(-2;3), B(4;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB vuông tại M.



Ví dụ 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác MAB cân tại A và đường thẳng $\Delta: x+2y+1=0$. Biết $B(1;-4)$ và $I(2;-2)$ là trung điểm của AM và M biết Δ đi qua điểm M và M có hoành độ là số nguyên.

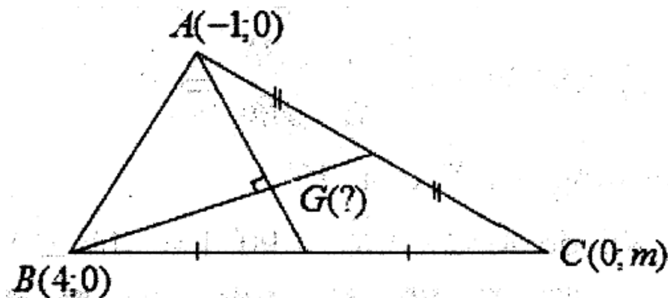


Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác MAB có trọng tâm $G(2;-1)$ và $A(1;-3)$. Đường thẳng $\Delta: 2x - y - 4 = 0$ đi qua M. Tìm tọa độ điểm M và B biết $MB = 5MA$ và M có hoành độ dương.

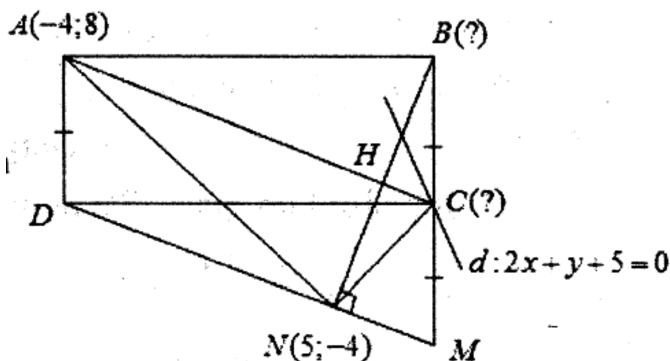


D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

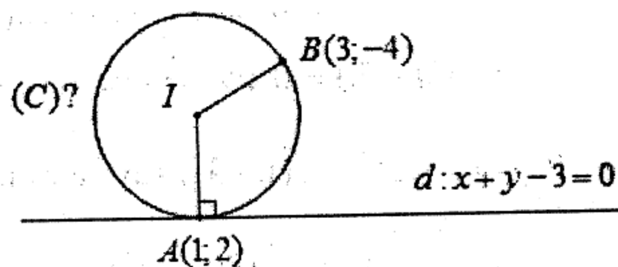
Ví dụ 1 (D – 2004): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;0), B(4;0), C(0;m)$ với $m \neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m. Xác định m để tam giác GAB vuông tại G.



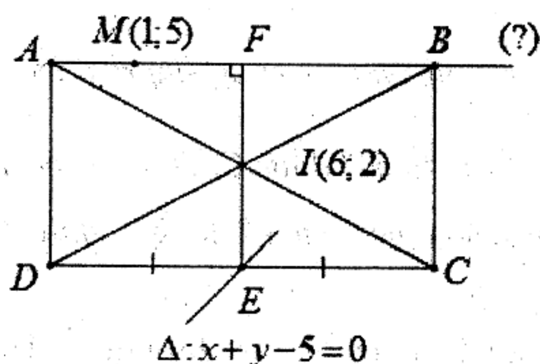
Ví dụ 2 (A, A1 – 2013 – CB): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4;8)$ là điểm đối xứng của B qua , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD. Tìm tọa độ các điểm B và C, biết rằng $A(5;-4)$.



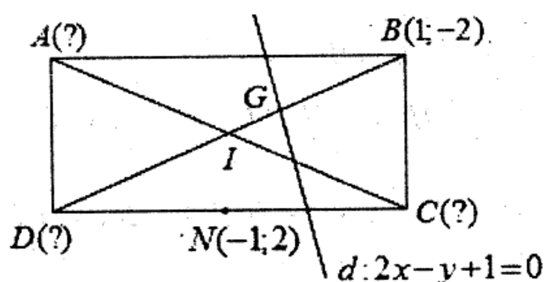
Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$, $B(3;-4)$, đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với d.



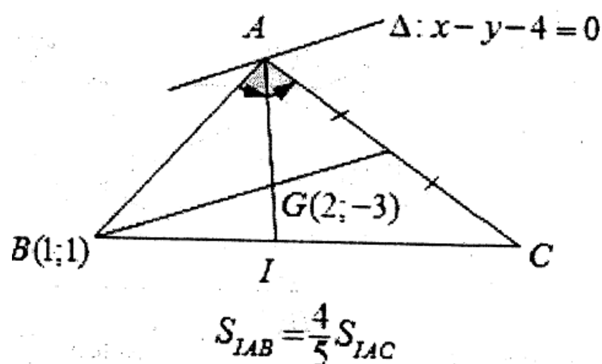
Ví dụ 4 (A – 2009 – CB): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng AB.



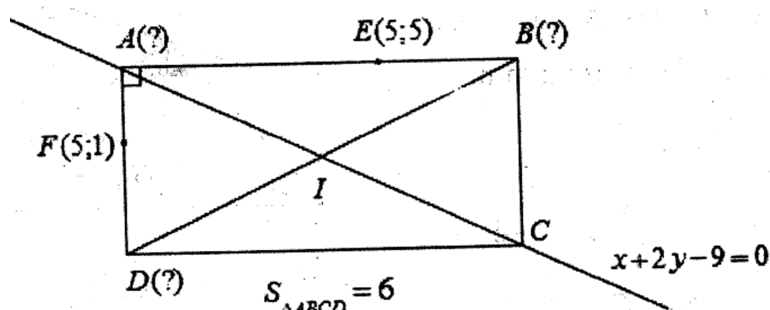
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $B(1;-2)$ và trọng điểm G của tam giác ABC nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+1=0$. Trung điểm CD là điểm $N(-1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh A,C,D. Biết G có hoành độ nhỏ nhất.



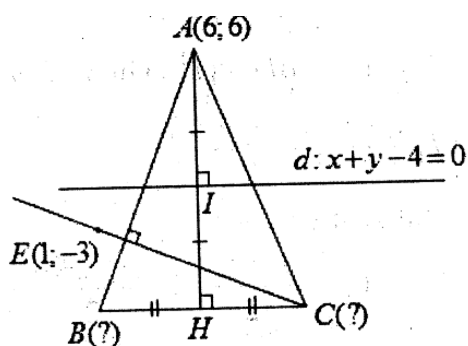
Ví dụ 6.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2;-3)$ và $B(1;1)$, đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$ đi qua A và đường phân giác trong của gốc A cắt BC tại điểm I sao cho diện tích tam giác IAB bằng $\frac{4}{5}$ diện tích tam giác IAC. Viết phương trình đường thẳng biết A có hoành dương.



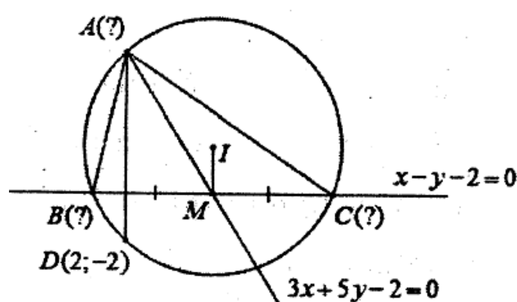
Ví dụ 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 18, đường chéo AC có phương trình $x+2y-9=0$, đường thẳng AB đi qua điểm $E(5;5)$, đường thẳng AD đi qua điểm $F(5;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,D của hình chữ nhật biết điểm A có tung độ lớn hơn $\frac{3}{5}$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 3.



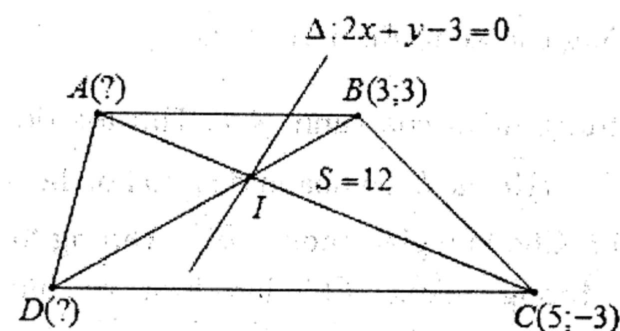
Ví dụ 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6;6)$; đường thẳng d đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x+y-4=0$. Tìm toạ độ B và C biết E(1;-3) nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.



Ví dụ 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC có phương trình đường trung tuyến kẻ từ A và đường thẳng chứa cạnh BC lần lượt là $3x+5y-2=0$ và $x-y-2=0$. Đường thẳng đi qua A vuông góc với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(2;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đỉnh b có hoành độ không lớn hơn 1.

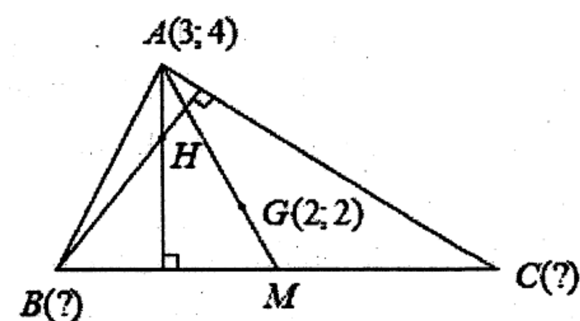


Ví dụ 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD. Biết tọa độ $B(3;3), C(5;-3)$, giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x+y-3=0$. Xác định tọa độ còn lại của hình thang $ABCD$ để $CI=2BI$, tam giác ABC có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.

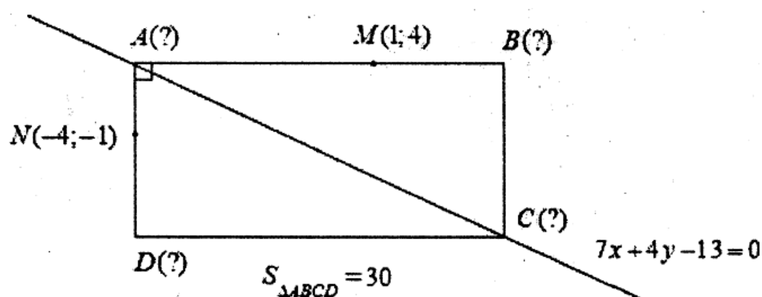


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

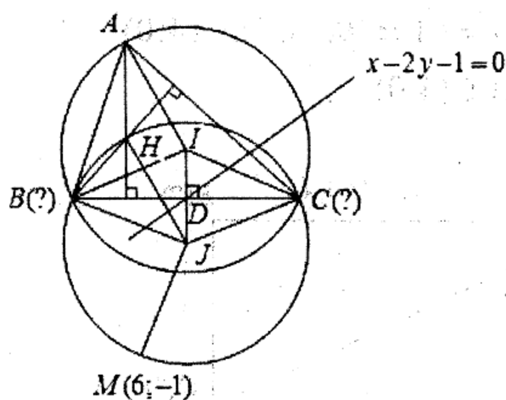
Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;4)$, trọng tâm $G(2;2)$, trực tâm $H\left(\frac{23}{9};\frac{26}{9}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



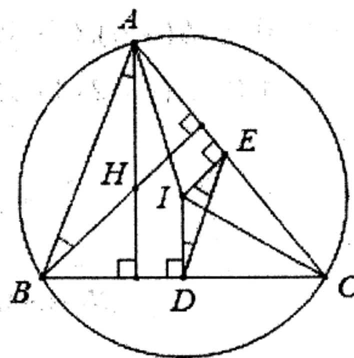
Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 30, đường chéo AC có phương trình $7x+4y-13=0$, đường thẳng AB đi qua điểm $M(1;4)$, đường thẳng AD đi qua điểm $N(-4;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết hai điểm A, D đều có hoành độ âm.



Bài 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ trực tâm $H(2;1)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $I(1;0)$. Trung điểm của BC nằm trên đường thẳng có phương trình $x-2y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B,C biết rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC đi qua điểm $M(6;-1)$ và hoành độ điểm B nhỏ hơn 4.

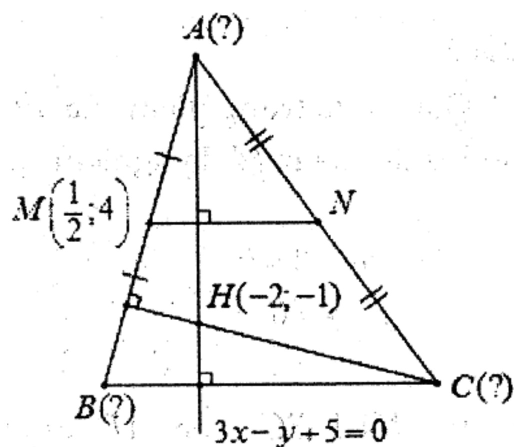


Hình 1

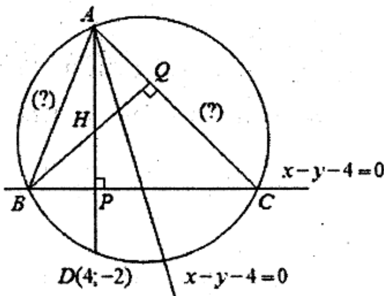


Hình 2

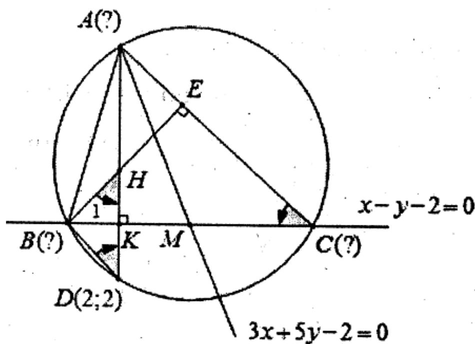
Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A là $3x-y+5=0$, trực tâm $H(-2;-1)$ và $M\left(\frac{1}{2};4\right)$ là trung điểm của cạnh AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết $BC=\sqrt{10}$ và B có hoành độ nhỏ hơn hoành độ của C.



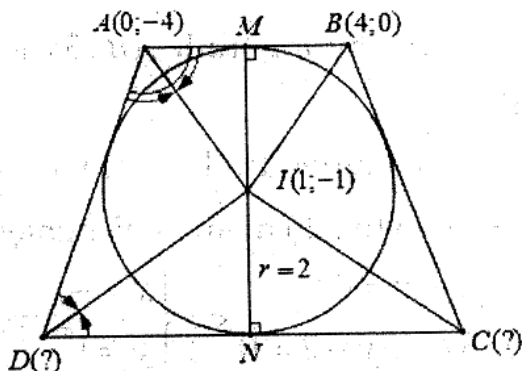
Bài 5.. Cho tam giác nhọn ABC, đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình là $3x+5y-8=0$ và $x-y-4=0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4;2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB, AC, biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.



Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC có phương trình trung tuyến kẻ từ A và đường thẳng chứa cạnh BC lần lượt là $3x+5y-2=0$ và $x-y-2=0$. Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(2;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết B có tung độ âm.



Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T):(x-1)^2+(y+1)^2=2$ và hai điểm $A(0;4), B(4;0)$. Tìm tọa độ hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$ và đường tròn (T) nội tiếp hình thang đó.

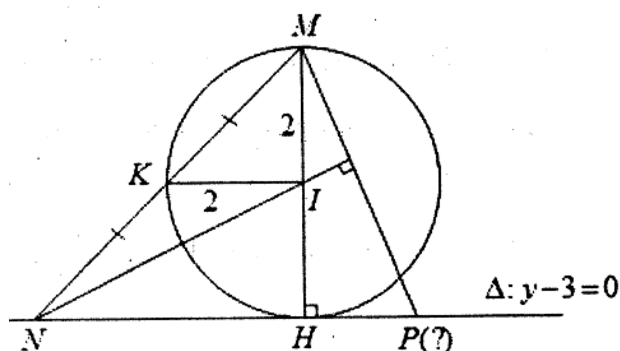


Bài toán 4. Tìm M thuộc đường thẳng d và thoả điều kiện cho trước (mở rộng của bài toán 1, 2, 3)

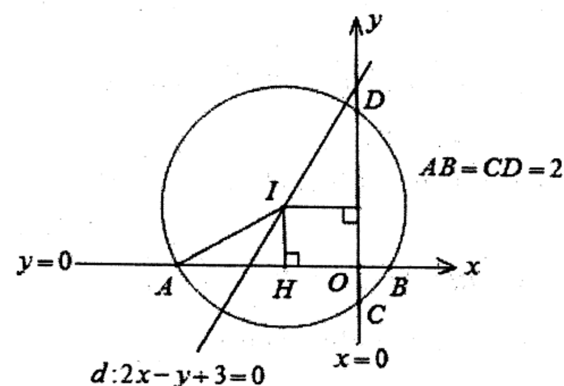
Ví dụ (A – 2006): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các đường thẳng: $d_1: x+y+3=0; d_2: x-y-y=0, d_3: x-2y=0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng d_1 sao cho khoảng cách từ M đến đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2.

D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG:

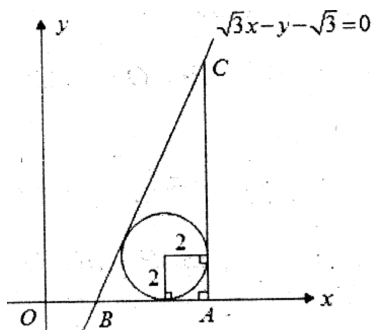
Ví dụ 1 (D – 2013 – NC): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=4$ và đường thẳng $\Delta: y-3=0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc Δ, đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.



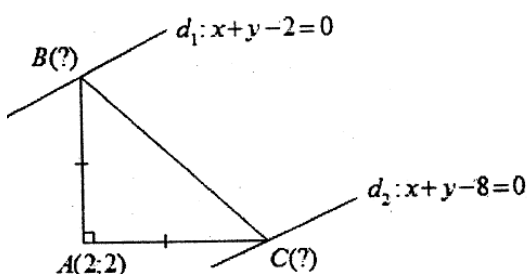
Ví dụ 2 (D – 2012 – NC): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-y+3=0$. Viết phương trình đường tròn tâm thuộc d, cắt trục Ox tại A và B, cắt trục Oy tại C và D sao cho $AB=CD=2$.



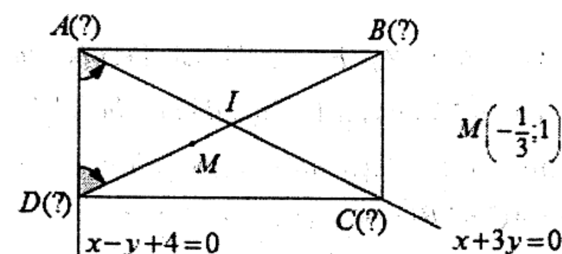
Ví dụ 3 (A – 2002): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, ot đường thẳng BC là $\sqrt{3x}-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.



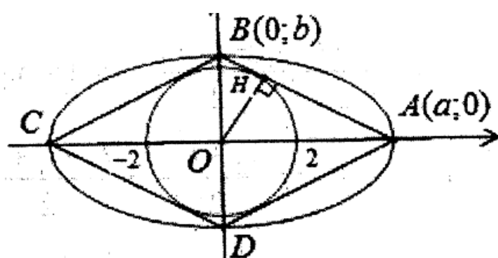
Ví dụ 4 (B – 2007): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng $d_1: x+y-2=0; d_2: x+y-8=0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.



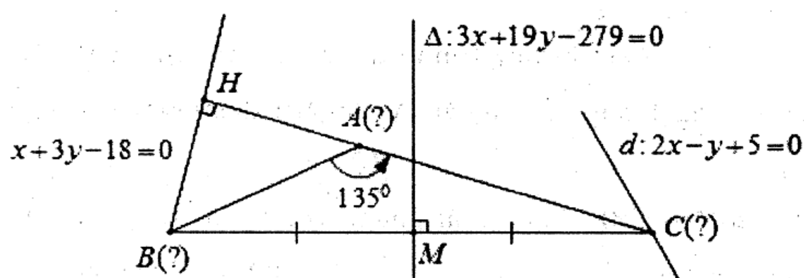
Ví dụ 5 (D – 2012 – CB): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và BD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng đi qua BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3};1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.



Ví dụ 6. (B – 2012 – NC): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2+y^2=4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A,B,C,D của hình thoi. Biết A thuộc Ox.

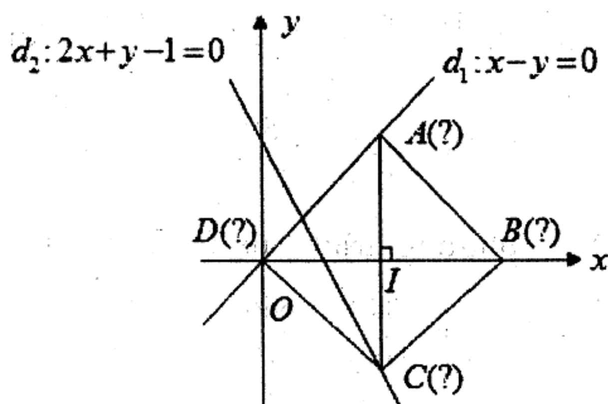


Ví dụ 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B là $x+3y-18=0$, phương trình đường trung trực của đoạn BC là $\Delta: 3x+19y-279=0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 2x-y+5=0$. Tìm tọa độ điểm A biết rằng $\widehat{BAC}=135^0$.

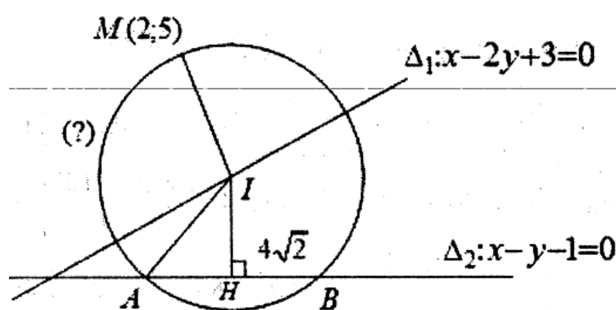


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

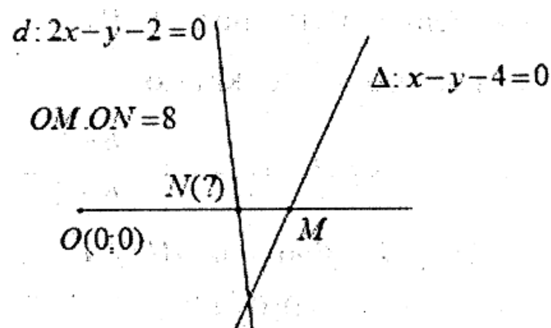
Bài 1 (A-2005): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: x-y=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2, và các đỉnh B,D thuộc trục hoành.



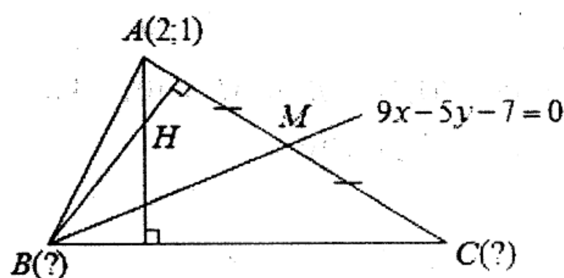
Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+3=0$ và $\Delta_2: x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm $M(2;5)$, có tâm nằm trên đường thẳng Δ_1 và cắt Δ_2 tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=4\sqrt{2}$.



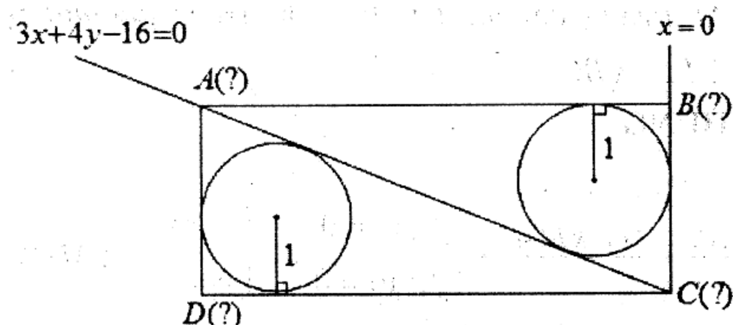
Bài 3 (B – 2011 – CB): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta : x - y - 4 = 0$ và $d : 2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$.



Bài 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;1)$, trực tâm $H(4;-7)$, đường trung tuyến kẻ từ đỉnh B có phương trình $9x - 5y - 7 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C.



Bài 5.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hc $ABCD$. Hai điểm B, C thuộc trục tung. Phương trình đường chéo AC là $3x + 4y - 16 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đã cho, biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ACD bằng 1.



Bài toán 5. Tìm M dựa vào hệ thức vectơ

Bài toán 5.1 Tìm toạ độ M lien hệ với hai (ba) điểm cho trước qua một hệ thức vectơ $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

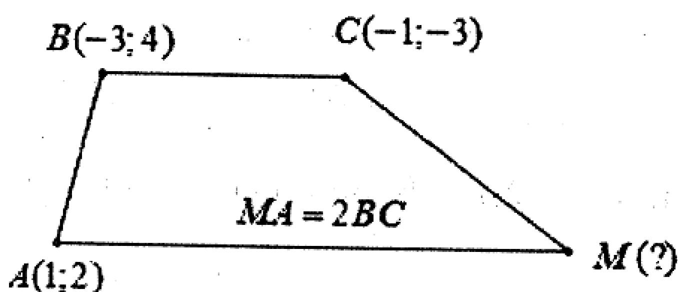
Bài toán 5.2 Tìm toạ độ hai điểm M, N lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1, d_2 **và lien hệ với điểm thứ ba cho trước qua hệ thức vectơ**

C. VÍ DỤ GỐC

Ví dụ: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;2), B(-3;4)$ và $C(-1;-3)$. Tìm tọa độ điểm M trong các trường hợp sau:

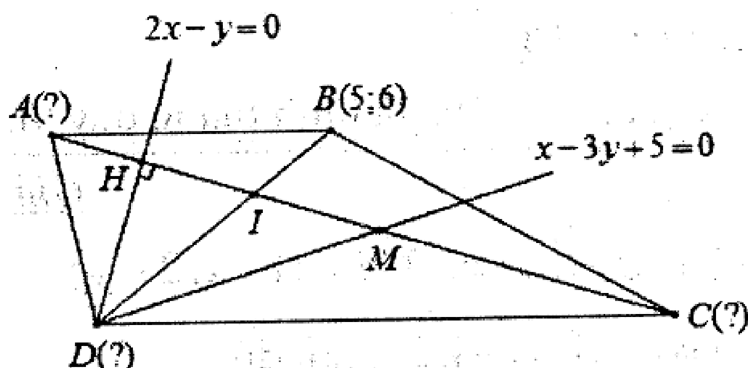
1) $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{AB}$

2) Tứ giác $ABCM$ là hình thang đáy AM và $MA = 2BC$.

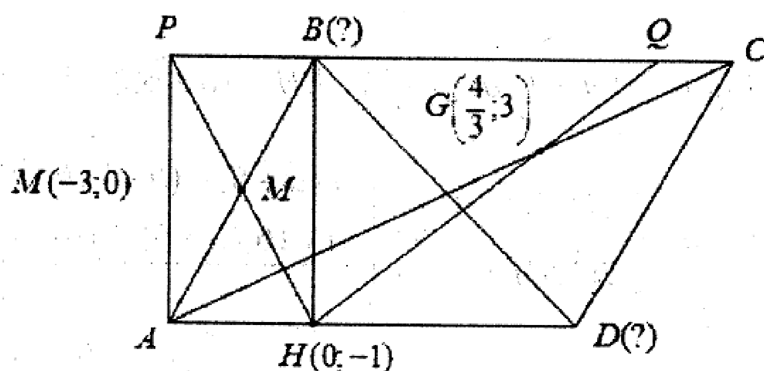


D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

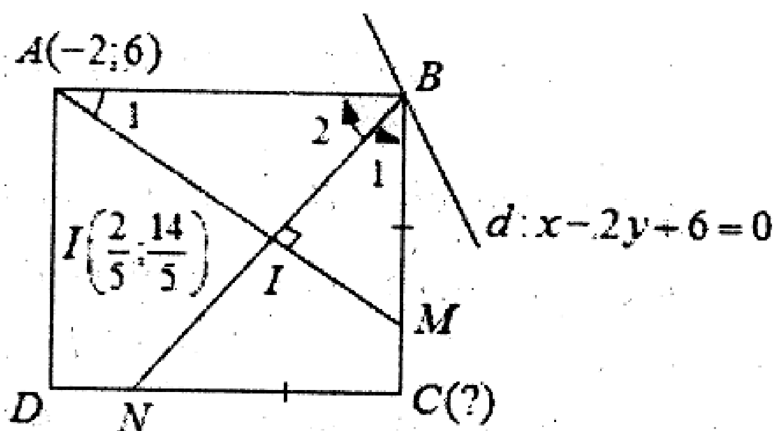
Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB, CD và $CD = 2AB$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống AC và M là trung điểm HC. Biết tọa độ đỉnh $B(5;6)$, phương trình đường thẳng $DH: 2x - y = 0$ và phương trình đường thẳng $DM: x - 3y + 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$.



Ví dụ 2 (B – 2014): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3;0)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(0;-1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G\left(\frac{4}{3};3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm tọa độ các đỉnh B và D.



Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có $A(-2;6)$, đỉnh B thuộc đường thẳng d có phương trình $x-2y+6=0$. Gọi M,N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh BC,CD sao cho $BM=CN$. Xác định tọa độ đỉnh C, biết rằng AM cắt BN tại điểm $I\left(\frac{2}{5};\frac{14}{5}\right)$.



Ví dụ 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp $I\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$, trực tâm $H\left(\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$ và trung điểm của cạnh BC là điểm $M(1;1)$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

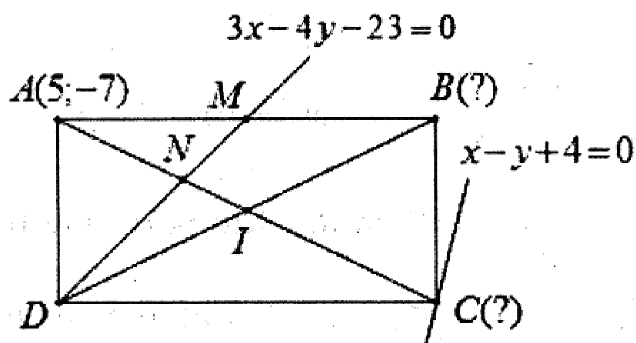


D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

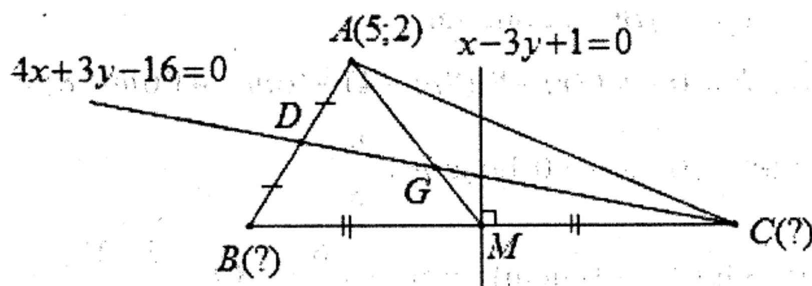
Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $CD = 2AB$, đỉnh $B(8;4)$. Đỉnh B(8;4). Đường chéo AC đi qua điểm $M(4;12)$ và đường thẳng chứa cạnh AD có phương trình $x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ A, C, D.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x + 2y - 3 = 0$. Đường thẳng đi qua A và B có phương trình $x + 2y - 3 = 0$. Tìm tọa độ A và B biết $AB = \sqrt{5}$, $C(-1;-1)$ và hoành độ của A lớn hơn hoành độ của B.

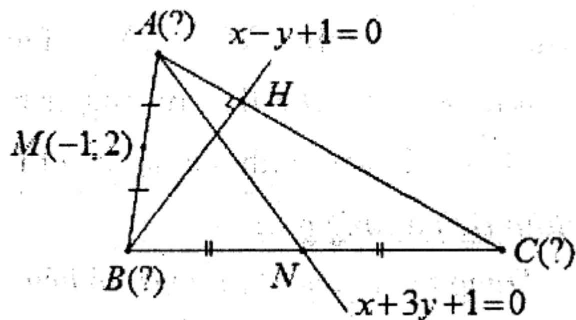
Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $A(5;-7)$, điểm C thuộc đường thẳng có phương trình $x - y + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua D và trung điểm của đoạn thẳng AB có phương trình $3x - 4y - 23 = 0$. Tìm tọa độ của B và C, biết điểm B có tung độ dương.



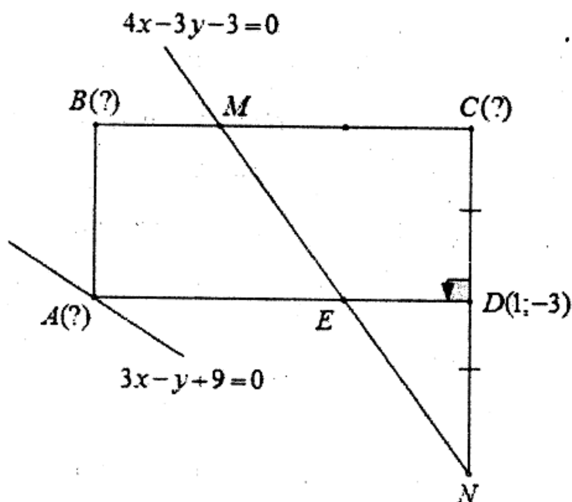
Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC biết $A(5;2)$, phương trình đường trung trực BC, đường trung tuyến CD lần lượt có phương trình là $x-3y+1=0$ và $4x-3y-16=0$.



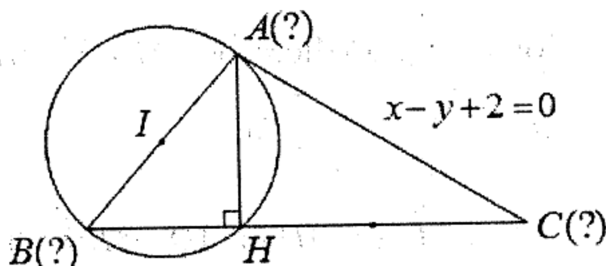
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Biết trung tuyến kẻ từ A và đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình $x+3y+1=0$ và $x-y+1=0$. Biết $M(-1;2)$ là trung điểm của AB. Tìm tọa độ điểm C.



Ví dụ 6.: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MC=2MB$, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $NC=2ND$. Đỉnh $D(1;-3)$ và điểm A nằm trên đường thẳng $3x-y+9=0$. Phương trình đường thẳng $MN: 4x-3y-3=0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$.

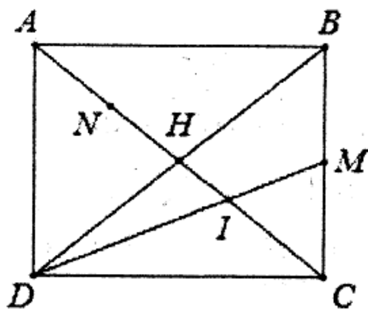


Ví dụ 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đường cao $AH\left(AH \in BC\right)$ và $BC = 3BH$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH có phương trình $\left(T\right): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$, đường thẳng $AC: x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết A có hoành độ dương.

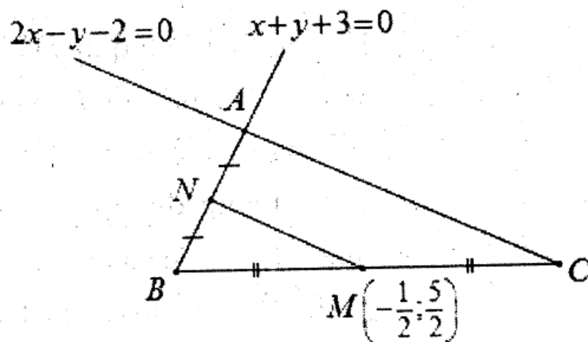


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG:

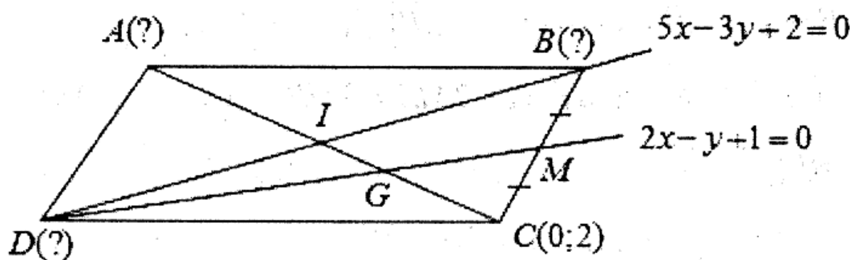
Bài 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh $BC, \overrightarrow{N}\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là điểm trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$ và giao điểm của AC và DM là $I\left(1;\frac{4}{3}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết B có hoành độ dương.



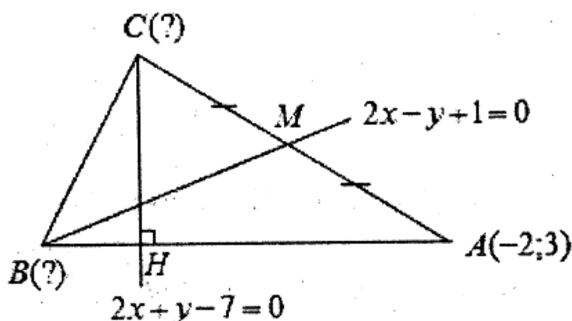
Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, biết phương trình các đường thẳng AB, AC lần lượt là $x+y+3=0$ và $2x-y-2=0$. Biết trung điểm của cạnh BC là $M\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. Hãy viết phương trình đường thẳng BC.



Bài 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có G là trọng tâm của của tam giác BCD, phương trình đường thẳng DG là $2x-y+1=0$, phương trình đường thẳng BD là $5x-3y+2=0$ và điểm $C(0;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.

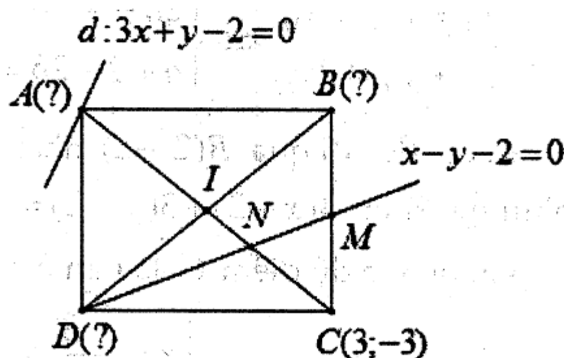


Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-2;3)$, đường cao CH nằm trên đường thẳng $2x+y-7=0$ và đường trung tuyến BM nằm trên đường thẳng $2x-y+2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

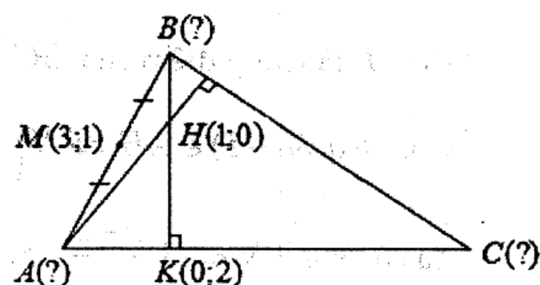


Bài 5.: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x - y - 5 = 0$, $d_2: x + y - 4 = 0$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $2MA = 3MB$. (Không hình)

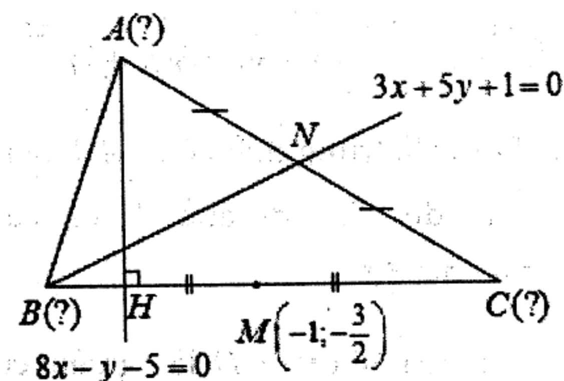
Bài 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$, điểm $C(3;-3)$ và điểm A thuộc đường thẳng B. Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng DM có phương trình $x - y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$.



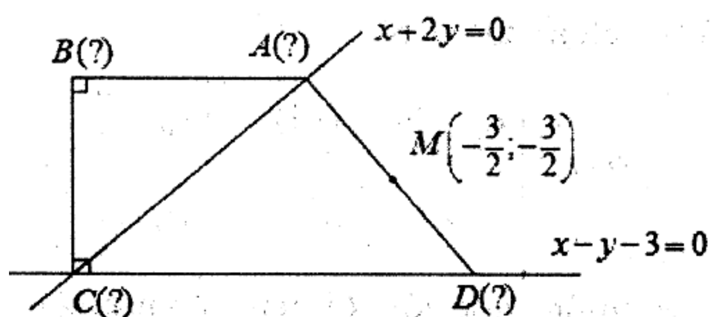
Bài 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh B là $K(0;2)$, trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$.



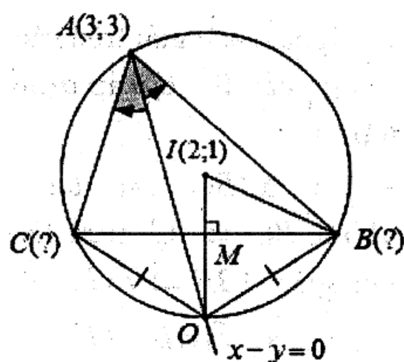
Bài 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường trung tuyến BN và đường cao AH lần lượt có phương trình $3x + 5y + 1 = 0$ và $8x - y - 5 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết $M\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh BC.



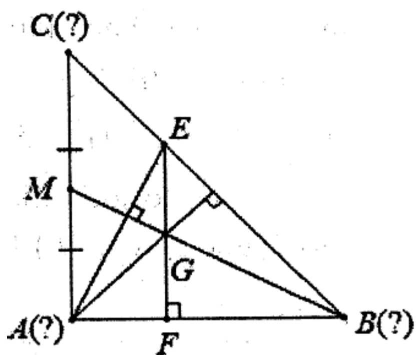
Bài 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có hình thang vuông $ABCD$ có $\vec{B} = \vec{C} = 90^0$. Phương trình các đường thẳng AC và DC lần lượt là $x + 2y = 0$ và $x - y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$ biết trung điểm của cạnh AD là $M\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.



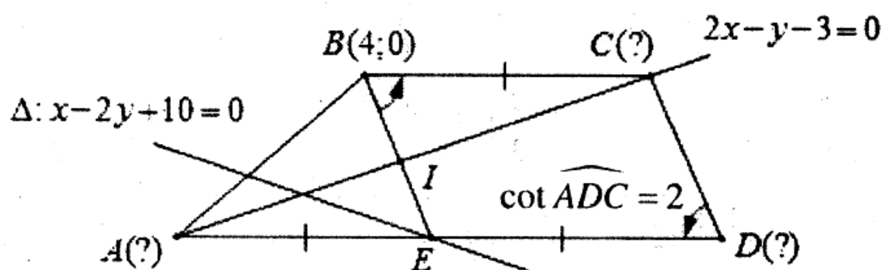
Bài 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;3)$ và $I(2;1)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp. Đường phân giác trong của góc nhọn A có phương trình $x - y = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC, biết $BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}$.



Bài 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại đỉnh A, BM là đường trung tuyến. Kẻ từ đường thẳng qua A vuông góc với BM cắt BC tại $E(2;1)$, trọng tâm tam giác ABC là $G(2;2)$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

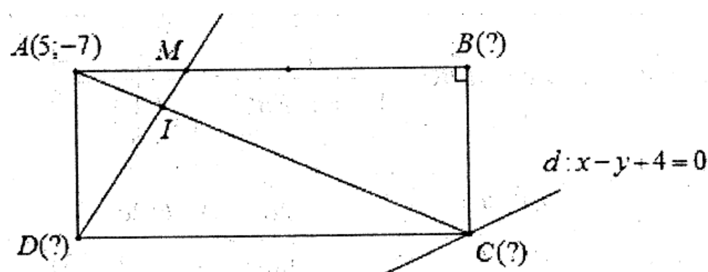


Bài 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với đáy lớn AD và $AD = 2BC$, đỉnh $B(4;0)$, phương trình đường chéo $AC: 2x - y - 3 = 0$, trung điểm E của AD thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y + 10 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$, biết $\cot \widehat{ADC} = 2$.



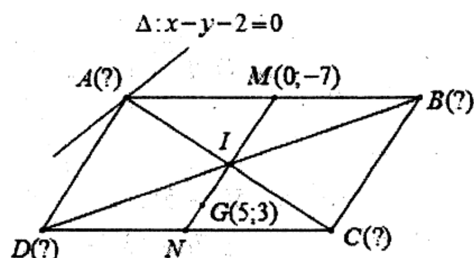
Bài 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, điểm $M\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M cắt E tại hai điểm A, B sao cho $MA = 2MB$. (Không hình).

Bài 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(5;-7)$, M là điểm sao cho $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$. Điểm C thuộc đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua DM có phương trình $7x - 6y - 57 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác BCD biết điểm B có hoành độ âm.



Bài 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có giao điểm hai đường chéo là I. Trung điểm của AB là điểm $M(0;-7)$ và trọng tâm $G(5;3)$ của tam giác

ICD. Biết diện tích ABD bằng 12 và A thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.



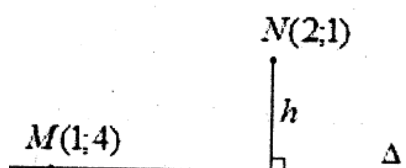
Bài toán 6. Viết phương trình đường thẳng

TRƯỜNG HỢP 1. Bài toán không cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)

Bài toán 6.1 Viết phương trình đường thẳng d đi qua 1 điểm, cách một điểm cho trước một khoảng không đổi

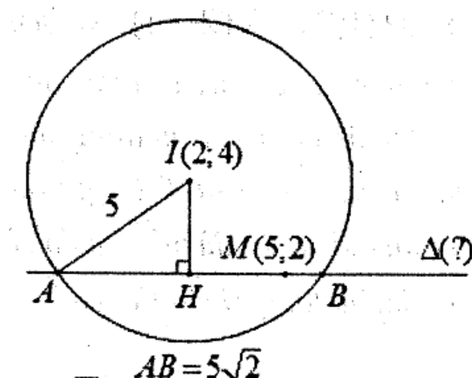
C. VÍ DỤ GỐC

Ví dụ: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(1;4)$ và $N(2;1)$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua M sao cho khoảng cách từ N tới đường thẳng Δ bằng 1.

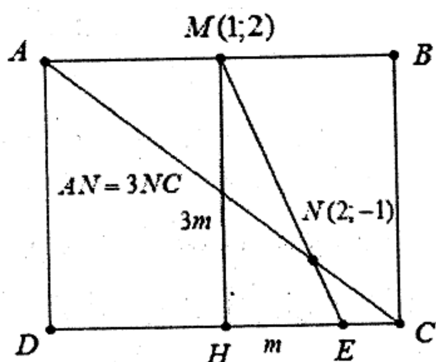


D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

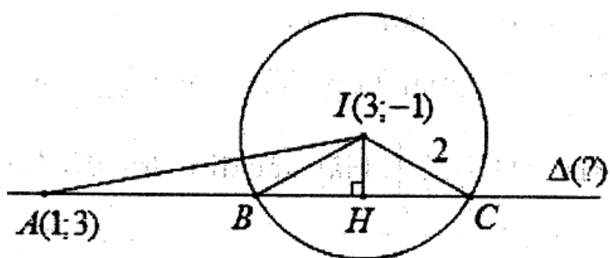
Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-8y-5=0$. Viết phương trình Δ đi qua điểm $M(5;2)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A,B sao cho $AB=5\sqrt{2}$.



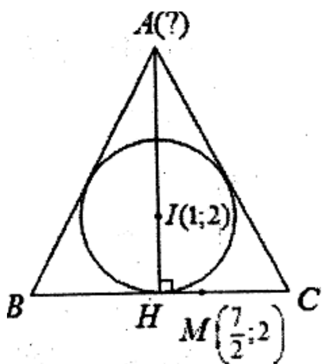
Ví dụ 2 (Khối A, A1 – 2014): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.



Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$, và điểm $A(1;3)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt (T) tại B và C sao cho $AB = BC$.

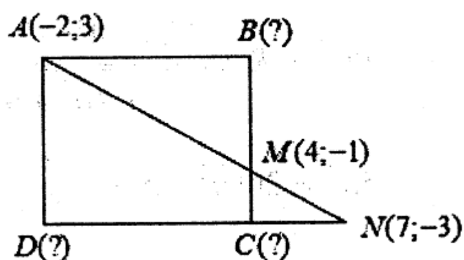


Ví dụ 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ ngoại tiếp tam giác đều ABC. Đường thẳng BC đi qua điểm $M\left(\frac{7}{2};2\right)$. Hãy xác định tọa độ điểm A.

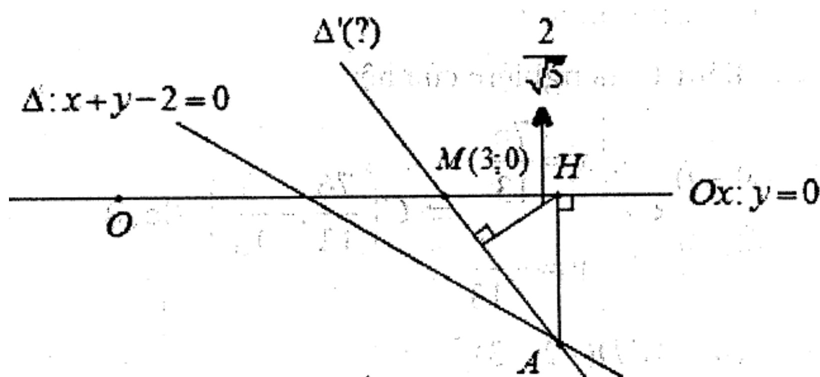


Ví dụ 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm $A(-2;3)$. Điểm $M(4;-1)$ nằm trên cạnh BC, đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại điểm

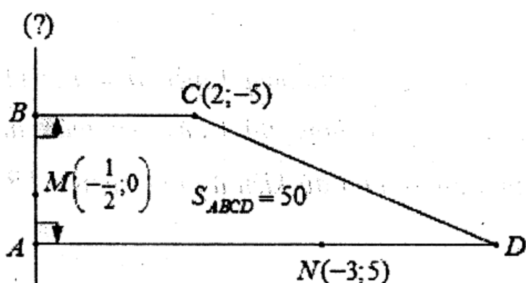
$N(7;-3)$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$ biết C có hoành độ nguyên.



Ví dụ 6.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ và điểm $M(3;0)$. Đường thẳng Δ' qua M cắt đường thẳng Δ tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox. Viết phương trình đường thẳng Δ', biết khoảng cách từ H đến Δ' bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.



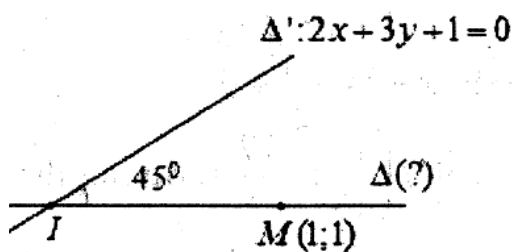
Ví dụ 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông ở đỉnh A có diện tích bằng 50, đỉnh $C(2;-5)$, $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{BC}$. Biết đường thẳng AB đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2};2\right)$, đường thẳng AD đi qua điểm $N(-3;5)$. Viết phương trình đường thẳng AB không song song với các trục tọa độ.



BÀI TOÁN 6.2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua một điểm, tạo với đường thẳng cho trước một góc không đổi.

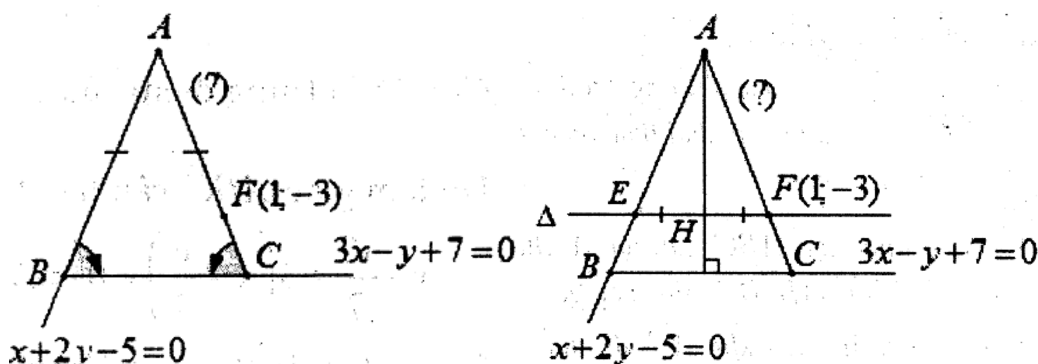
C. VÍ DỤ GỐC

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ' đi qua M và tạo với đường thẳng Δ một góc 45^0.

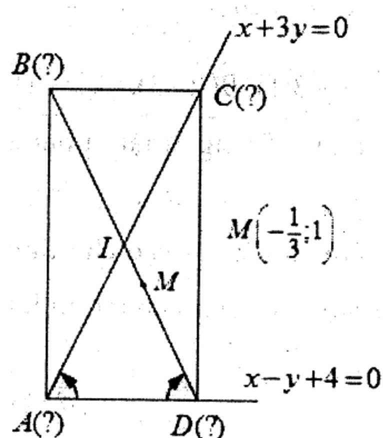


D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

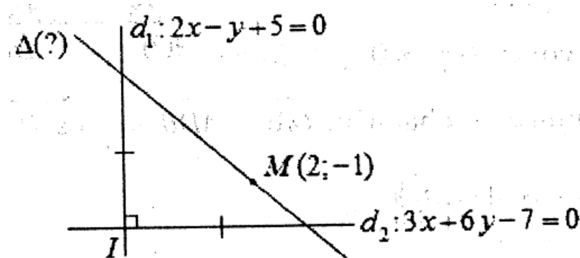
Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A cân tại A, phương trình đường thẳng AB và BC lần lượt là $x+2y-5=0$ và $3x-y+7=0$. Viết phương trình đường thẳng AC, biết AC đi qua điểm $F(1;-3)$.



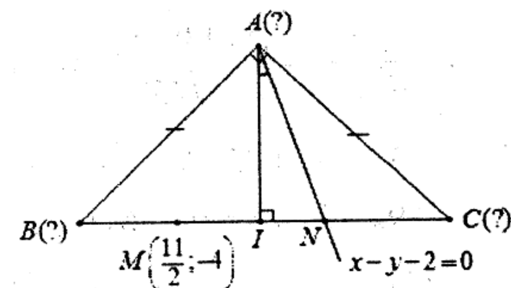
Ví dụ 2 (D – 2012 – CB): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3};1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.



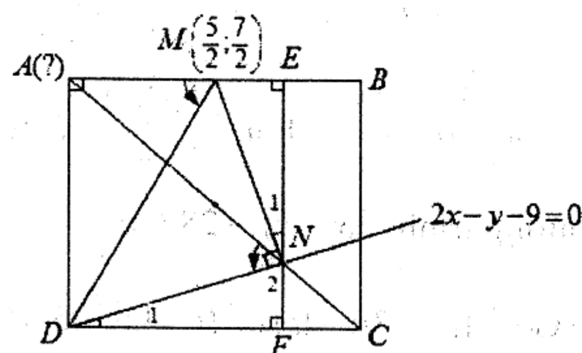
Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$, $d_2: 3x + 6y - 7 = 0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1)$ sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân tại đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2.



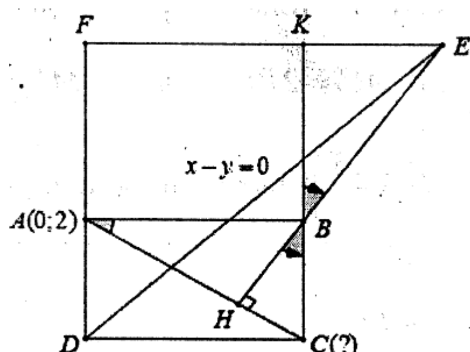
Ví dụ 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A và I là trung điểm của BC. Gọi $M\left(\frac{11}{2};-4\right)$ là trung điểm của IB và N thuộc đoạn IC sao cho $NC = 2NI$. Biết phương trình đường thẳng AN là $x - y - 2 = 0$ và điểm N có tọa độ nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



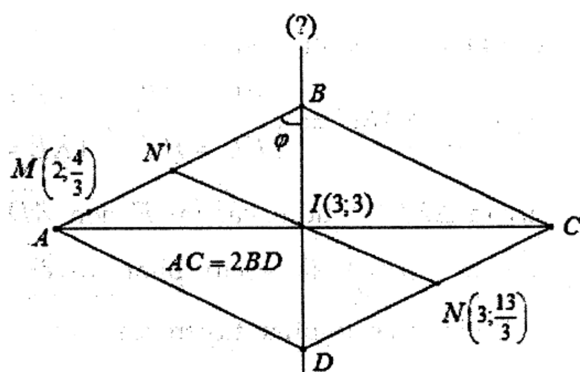
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm $M\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$ là trung điểm của AB. Điểm N nằm trên đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Tìm tọa độ điểm A biết phương trình đường thẳng DN là $2x - y - 9 = 0$ và A có hoành độ nhỏ hơn 2.



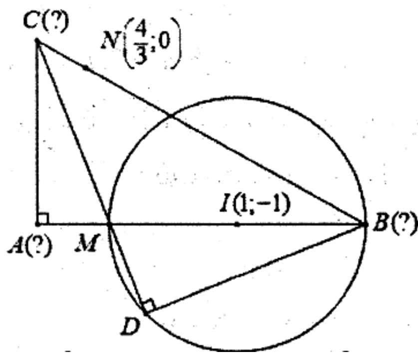
Ví dụ 6.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;2)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC. Trên tia đối của BH lấy điểm E sao cho $BE = AC$. Biết phương trình đường thẳng $DE: x - y = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C của hình chữ nhật, biết B có tung độ dương D không trùng với gốc tọa độ.



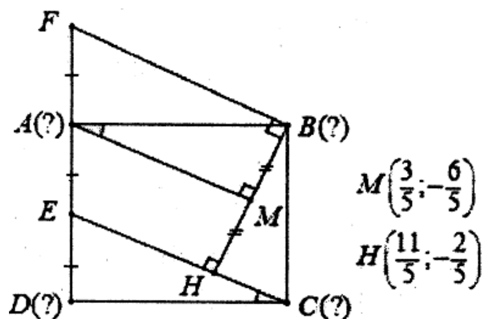
Ví dụ 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3;3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(2;\frac{4}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N\left(3;\frac{13}{3}\right)$ thuộc đường thẳng CD. Viết phương trình đường chéo BD.



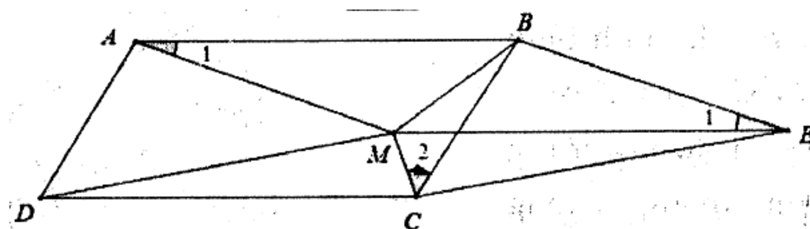
Ví dụ 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AB = 3AM$. Đường tròn tâm $I(1;-1)$ đường kính CM cắt BM tại D và đường thẳng đi qua hai điểm C, D có phương trình $x - 3y - 6 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết phương trình đường thẳng BC đi qua $N\left(\frac{4}{3};0\right)$ và điểm C có hoành độ dương.



Ví dụ 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là trung điểm của $AD, H\left(\frac{11}{5};-\frac{2}{5}\right)$ là hình chiếu của B lên CE và $M\left(\frac{3}{5};-\frac{6}{5}\right)$ là trung điểm của đoạn BH. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết A có hoành độ âm.

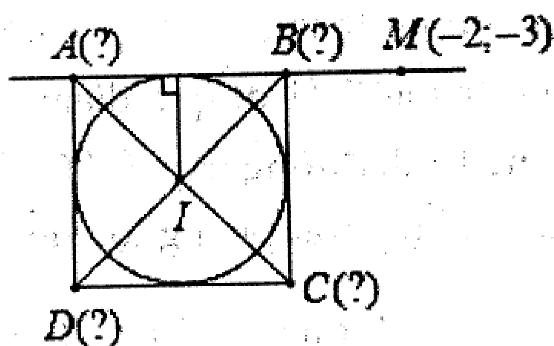


Ví dụ 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $B(-7;0)$. Một điểm M nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB}=\widehat{MCB}$. Phương trình đường thẳng chứa MB, MC lần lượt là $\Delta_1: x+y-2=0$; $\Delta_2: 2x-y-1=0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết rằng đỉnh A thuộc đường thẳng $d: y=3x$ và A có hoành độ nguyên.



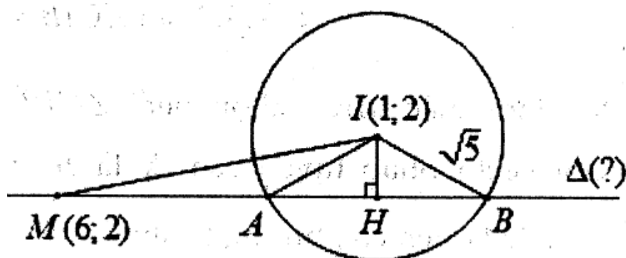
E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp đường tròn (T) có phương trình $(x-2)^2+(y-3)^2=10$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông, biết đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(-3;-2)$ và điểm A có hoành độ dương.



Bài 2. $(\mathbf{A}-2009-\mathbf{NC})$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+4y+6=0$ và đường thẳng $\Delta: x+my-2m+3=0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C), Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B Sao cho diện tích tam IAB lớn nhất. (không hình)

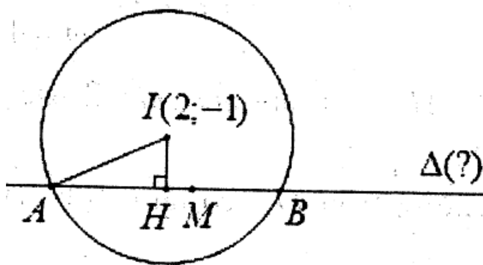
Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=5$ và điểm $M(6;2)$. Chứng minh rằng M nằm ngoài đường tròn và viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $MA^2+MB^2=50$.



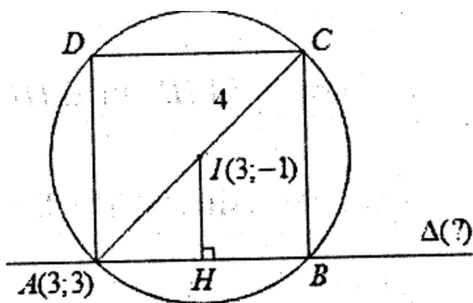
Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=16$ có tâm I và điểm $A(1+\sqrt{3};2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt (C) tại hai điểm B, C phân biệt sao cho tam giác IBC nhọn đồng thời có diện tích bằng $4\sqrt{3}$. (Không hình)

Bài 5.. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho mặt phẳng với hệ tọa Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2\sqrt{3}y-1=0$ có tâm I và điểm $A(2;0)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho tam giác IBC nhọn và có diện tích $\sqrt{3}$. (Không hình)

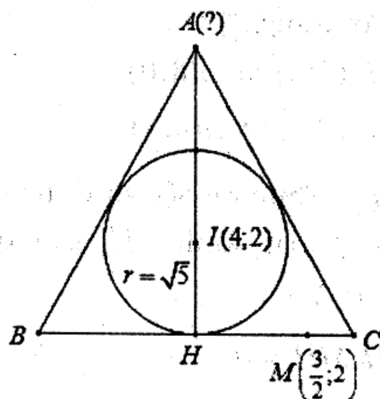
Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2-4x+2y-15=0$ có tâm . đường thẳng Δ đi qua $M(1;-3)$ và cắt (C) tại hai điểm A, B. Lập phương trình đường thẳng Δ, biết diện tích tam giác IAB bằng 8 và AB là cạnh lớn nhất tam giác IAB.

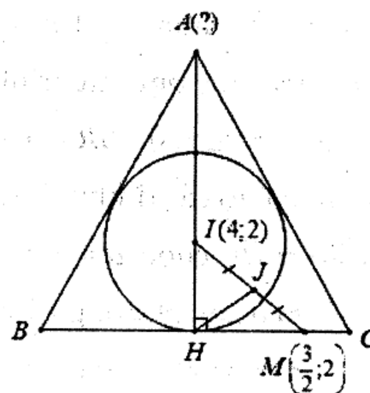


Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường trong (T) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ và điểm $A(3;3)$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua A và cắt (T) tại hai điểm sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng độ dài cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn (T).

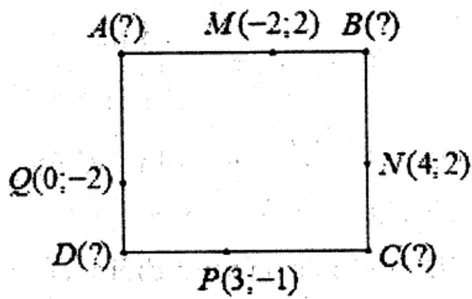


Bài 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC đều. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có phương trình $(T):(x-4)^2 + (y-2)^2 = 5$, đường thẳng BC đi qua điểm $M\left(\frac{3}{2};2\right)$. Tìm tọa độ điểm A.



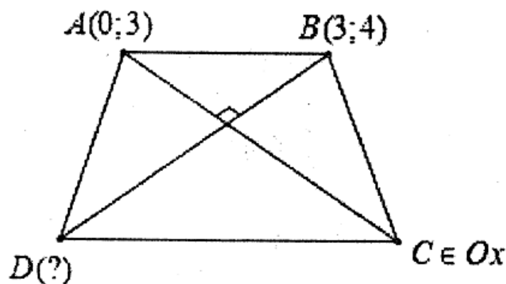


Bài 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Các điểm $M(-2;2), N(4;2), Q(0;-2)$ lần lượt thuộc các đường thẳng AB, BC, CD, DA. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$.

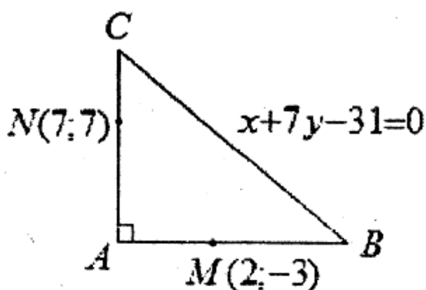


Bài 10. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1;3)$. Biết điểm $M(6;4)$ thuộc cạnh BC và $N\left(\frac{17}{2};\frac{9}{2}\right)$ thuộc đường DC. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$. (Không hình)

Bài 11. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB, CD và hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Biết $A(0;3), B(3;4)$ và điểm C thuộc trục hoành. Tìm tọa độ đỉnh D của hình thang $ABCD$.



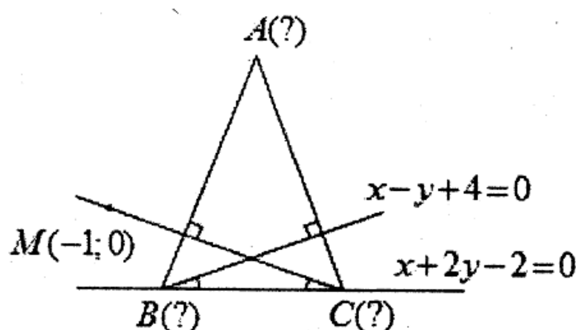
Bài 12. Tong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Biết phương trình cạnh BC là $d: x+7y-31=0$ điểm $N(7;7)$ thuộc đường thẳng AC, điểm $M(2;-3)$ thuộc đường thẳng AB .Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



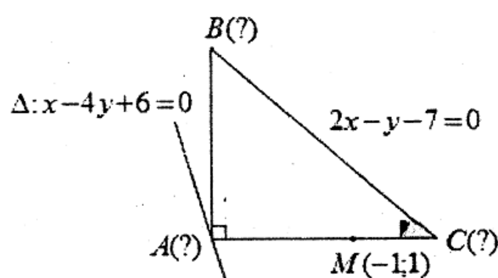
Bài 13. Trong mặt phẳng tọa đô Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có phương trình hai cạnh AB và AC lần lượt là $x+2y-2=0$ và $2x+y+1=0$, điểm $M(1;2)$ thuộc đoạn BC .Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}$ có giá trị nhỏ nhất. (Không hình)

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, cạnh BC nằm trên đường thẳng có phương trình $x+2y-2=0$. Đường cao kẻ từ B có phương trình $x-y+4=0$

, điểm $M(-1;0)$ thuộc đường cao kẻ từ đỉnh C. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



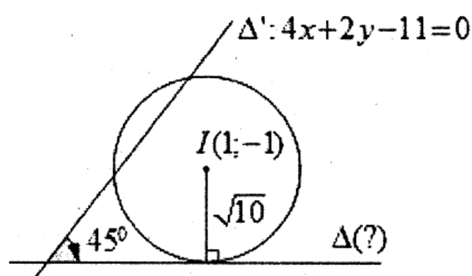
Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, phương trình $BC: 2x-y-7=0$, đường thẳng AC đi qua điểm $M(-1;1)$ điểm A nằm trên đường thẳng $\Delta: x-4y+6=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng đỉnh A có hoành độ dương.



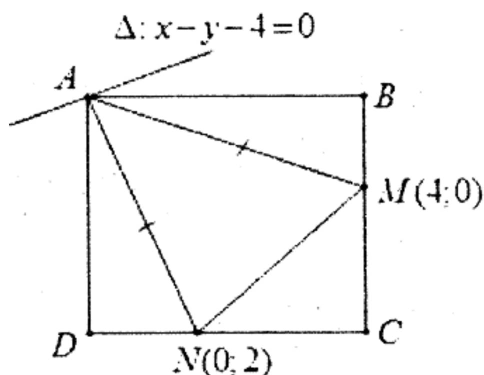
Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A Đường thẳng AB và BC lần lượt có phương trình $7x+6y-24=0$ và $x-2y-2=0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ B của tam giác ABC. (Không hình)

Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng $AB: x-2y+1=0$, phương trình đường thẳng $BD: -7y+14=0$, đường thẳng AC đi qua điểm $M(2;1)$.Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật. (Không hình)

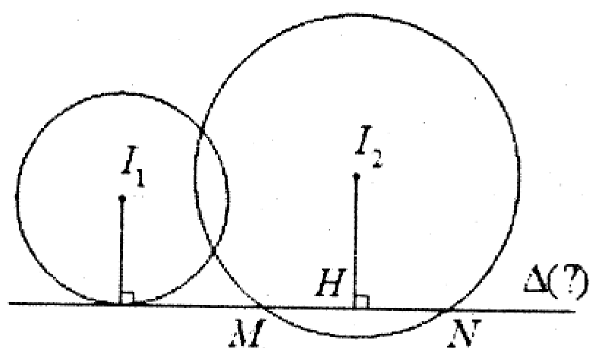
Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+2y-8=0$..Lập phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết tiếp tuyến tạo với Δ' một góc bằng 45^0. Biết đường thẳng $\Delta': 4x+2y-11=0$.



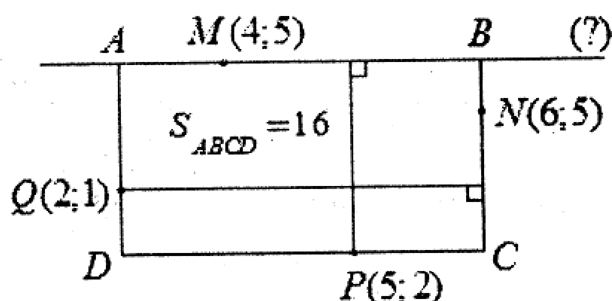
Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh A thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$, đường thẳng BC đi qua điểm $M(4;0)$, đường thẳng CD đi qua điểm $N(0;2)$. Biết tam giác AMN cân tại A. Viết phương trình đường thẳng BC.



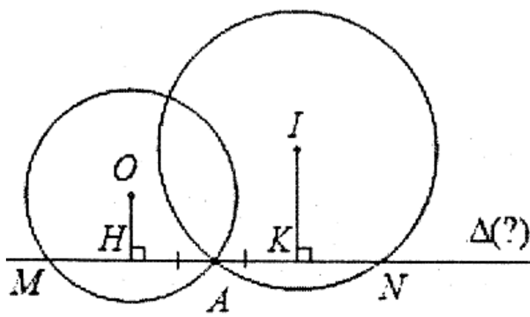
Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn $(C_1):(x-1)^2+y^2=\frac{1}{2}$ và cắt đường tròn $(C_2):(x-2)^2+(y-2)^2=4$ tại hai điểm M,N sao cho $MN=2\sqrt{2}$.



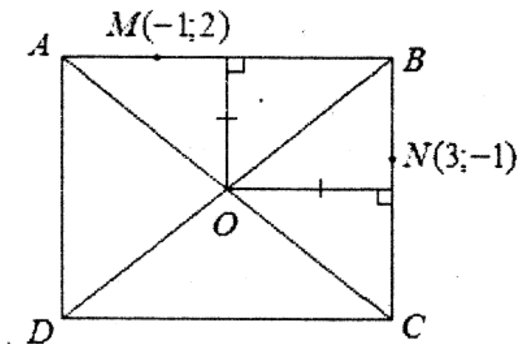
Bài 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 16, các đường thẳng AB,BC,CD,DA lần lượt đi qua các điểm $M(4;5),N(6;5),P(5;2),Q(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng AB.



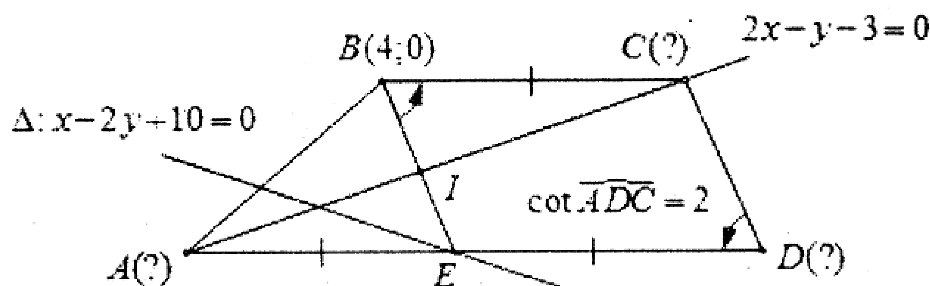
Bài 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C_1): x^2+y^2=13$, đường tròn $(C_2):(x-6)^2+y^2=25$. Gọi giao điểm có tung độ dương của (C_1) và (C_2) là A. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, cắc (C_1) và (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.



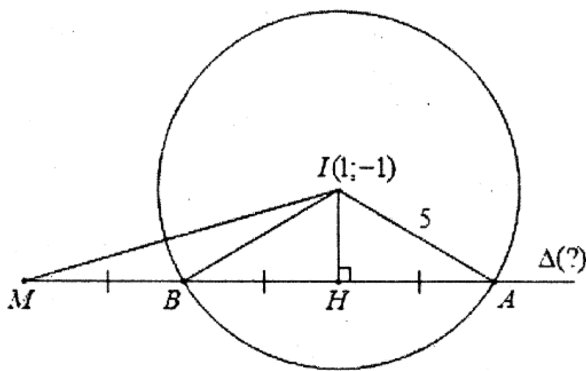
Bài 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Viết phương trình bốn cạnh của hình vuông không song song với các trục tọa độ có tâm O và hai cạnh kề lần lượt đi qua $M(-1;2)$ và $N(3;-1)$.



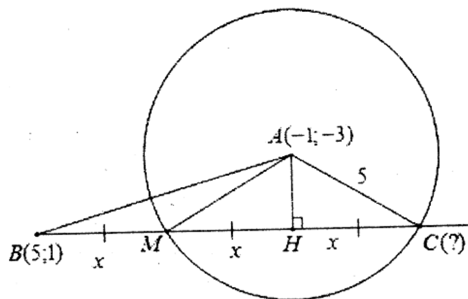
Bài 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với đáy lớn AD và $AD = 2BC$, đỉnh $B(4;0)$, phương trình đường chéo $AC: 2x - y - 3 = 0$, trung điểm E của AD thuộc đường thẳng $\Delta: -2y + 10 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$, biết $\cot \widehat{ADC} = 2$.



Bài 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$ và điểm $M(7;3)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $MA = 3MB$.



Bài 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-1;-3)$, $B(5;1)$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $MC = 2MB$. Tìm tọa độ điểm C biết rằng $MA = AC = 5$ và đường thẳng BC có hế số góc là một số nguyên.

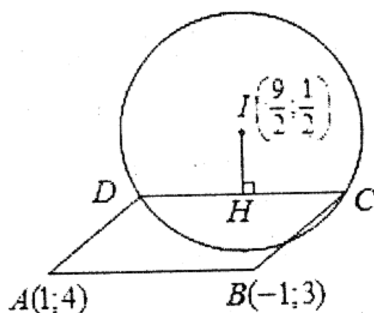


TRƯỜNG HỢP 2. Bài toán cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)

Bài toán 6.3 Viết phương trình đường thẳng d biết phương của đường thẳng và d cách điểm cho trước một khoảng không đổi

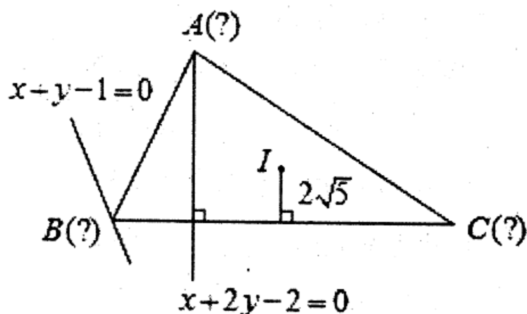
Ví dụ : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Viết phương trình đường thẳng Δ có vecto pháp tuyến $\overline{n} = (3;-4)$ và cách điểm $M(2;3)$ một khoảng bằng 1.

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa đọ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 9x - y + 18 = 0$ và cách hai điểm $A(1;4), B(-1;3)$. Gọi C, D là hai điểm thuộc (T) sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng CD.

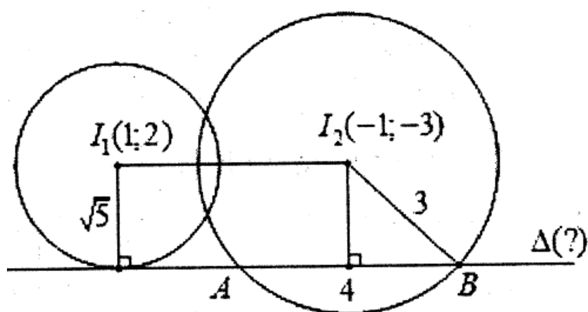


Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết đường ccao hạ từ đỉnh A có phương trình $x + 2y - 2 = 0$, khoảng cách từ tâm $I(0;2)$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác

ABC đến đường thẳng BC bằng $2\sqrt{5}$, đường thẳng đi qua đỉnh B có phương trình $x+y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết A,B đều có tọa độ nguyên.



Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1):(x-1)^2+(y+2)^2=5$ và $(C_2):(x+1)^2+(y+3)^2=9$. Viết phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với (C_1) và cắt (C_2) tại hai điểm A,B sao cho $AB=4$.

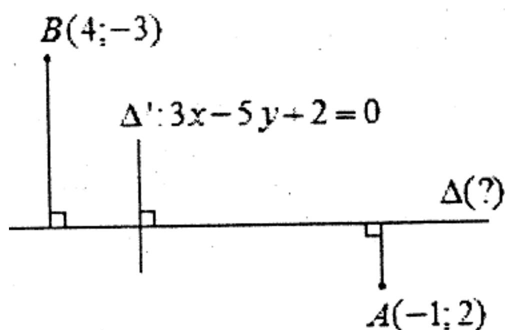


Bài toán 6.4 Viết phương trình đường thẳng d biết phương của đường thẳng và thoả mãn điều kiện cho trước

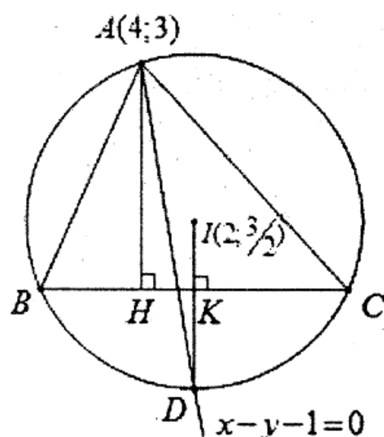
Ví dụ : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Viết phương trình đường thẳng Δ có vecto pháp tuyế $\vec{n}=(1;2)$ và cắt đường thẳng Δ' có phương trình $x-3y+2=0$ tại điểm M sao cho $OM=\sqrt{2}$.

D. Các ví dụ mở rộng

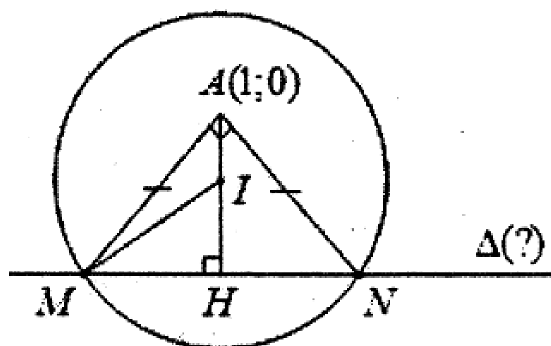
Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(4;-3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng Δ', đồng thời khoảng cách từ B đến đường thẳng Δ bằng ba lần khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ. Biết đường thẳng $\Delta':3x-5y+2=0$.



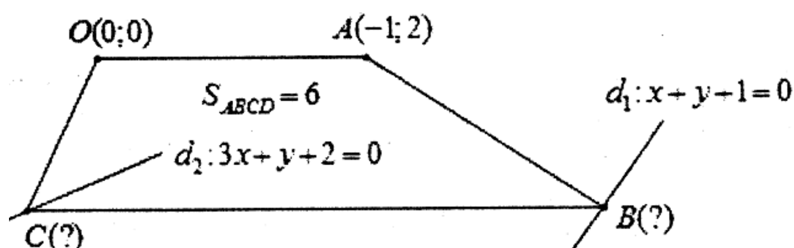
Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(4;3)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $x-y-1=0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(2;\frac{3}{2}\right)$. Viết phương trình cạnh BC, biết diện tích tam giác ABC bằng hai lần diện tích tam giác IBC.



Ví dụ 3 (D-2011-NC). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;0)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A.



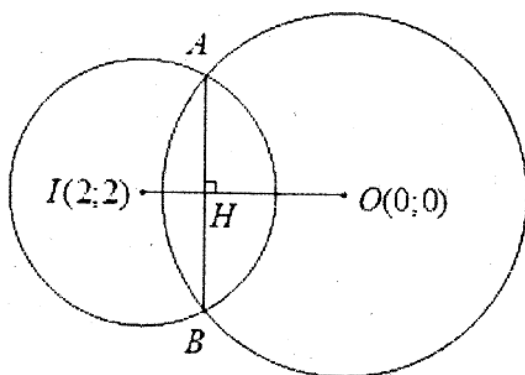
Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang OABC (OA//BC) có diện ticha bằng 6, đỉnh A(-1;2). Đỉnh B, C lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x+y+1=0, d_2: 3x+y+2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C.



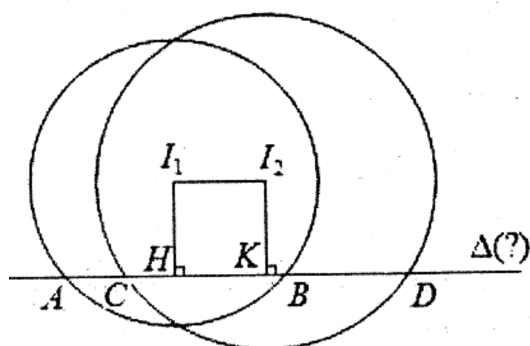
E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4+2y-4=0$. Viết phương trình các tiếp tuyến Δ của (C) biết rằng tiếp tuyến hệ số góc bằng 1. (Không hình)

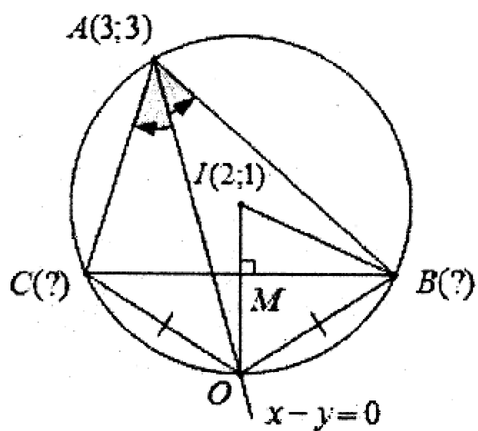
Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2=1$. Đường tròn (C') tâm $I(2;2)$ cắt (C) tại điểm A, B sao cho $AB=\sqrt{2}$. Viết phương trình đường thẳng AB.



Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C_2): (x-1)^2+(y-1)^2=16$ và $(C_2): (x-2)^2+(y+1)^2=25$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C_1) tại hai điểm A và B, cắt (C_2) tại hai điểm C và D thỏa mãn $AB=2\sqrt{7}$ và $CD=8$.



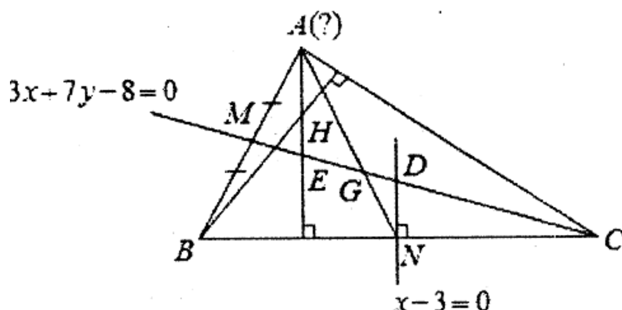
Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;3)$ và $I(2;1)$ là tâm đường tròn ngoại tiế. Đường phân giác trong của góc nhọn A có phương trình $x-y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC, biết $BC=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$.



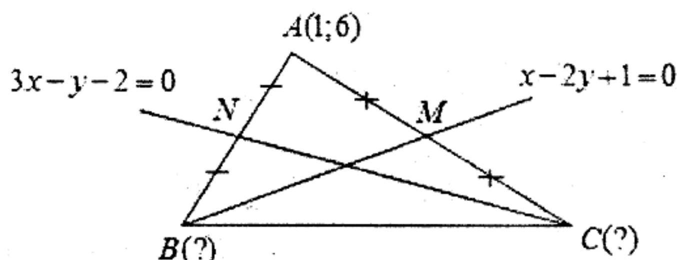
Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ và điểm $A(1;0)$. Gọi M, N là hai điểm trên đường tròn (C) sao cho tam giác AMN vuông cân tại A. Viết phương trình đường thẳng MN.

Bài toán 7. Tìm điểm dựa vào trung tuyến, đường cao, trung trực trong tam giác.

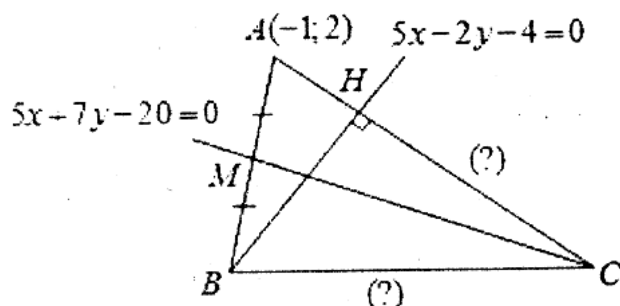
Ví dụ: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(2;0)$, phương trình đường trung tuyến $CM: 3x+7y-8=0$, phương trình đường trung trực của BC là $x-3=0$. Tìm tọa độ đỉnh A.



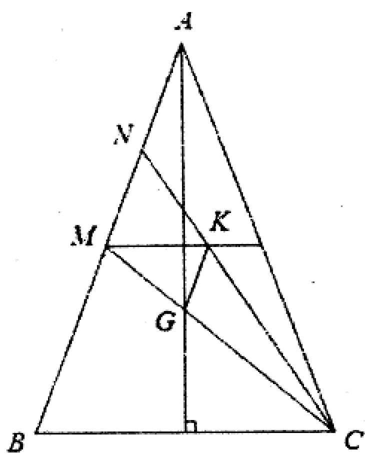
Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, biết $A(1;6)$ và hai đường trung tuyến nằm trên hai đường thẳng có phương trình là $x-2y+1=0$ và $3x-y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



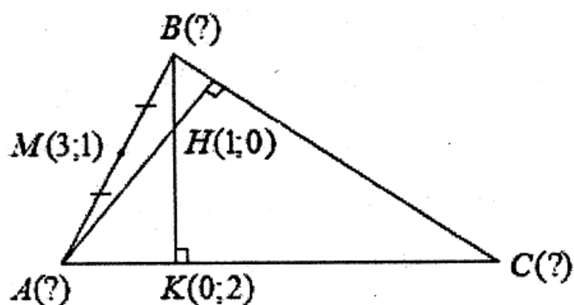
Ví dụ 2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;2)$. Trung tuyến $CM\ (M \in AB)$ và đường cao $BH\ (H \in AC)$ lần lượt có phương trình $5x+7x-20=0$ và $5x-2y-4=0$. Viết phương trình các cạnh BC.



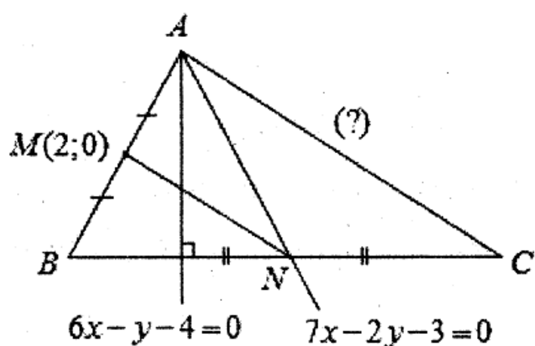
Ví dụ 3 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB. Đường thẳng CM có phương trình $y-3=0$ và $K\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác AMC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình $x+y-2=0$.



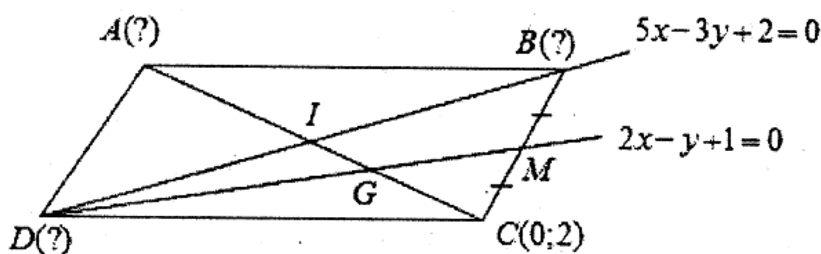
Ví dụ 4 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh B là $K(0;2)$, trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$.



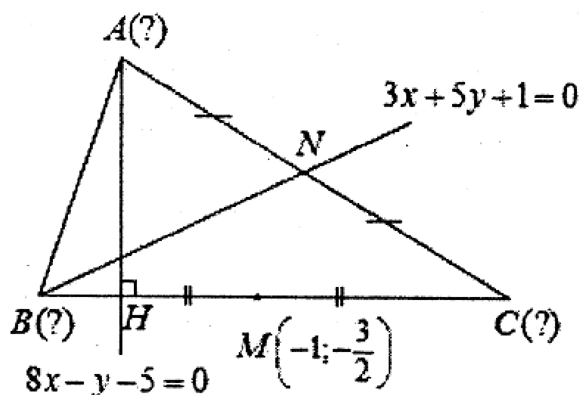
Ví dụ 5 (D-2009-CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng AC.



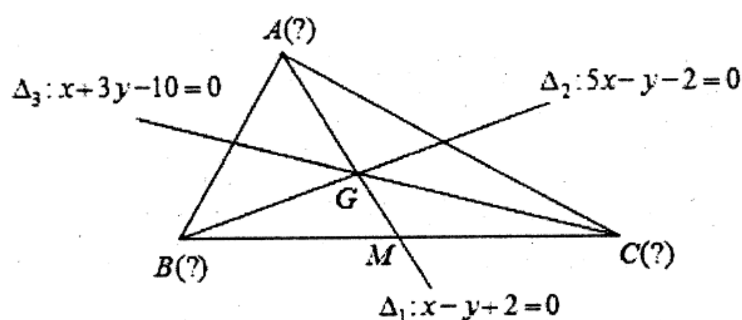
Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD, phương trình đường thẳng DG là $2x-y+1=0$, phương trình đường thẳng BD là $5x-y+2=0$ và điểm $C(0;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.



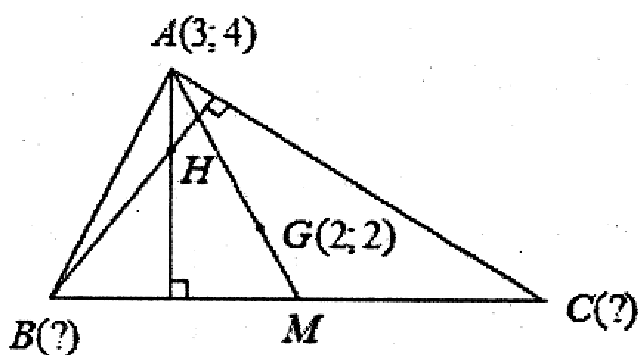
Ví dụ 7 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường trung tuyến BN và đường cao AH lần lượt có phương trình $3x+5y+1=0$ và $8x-y-5=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết $M\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh BC.



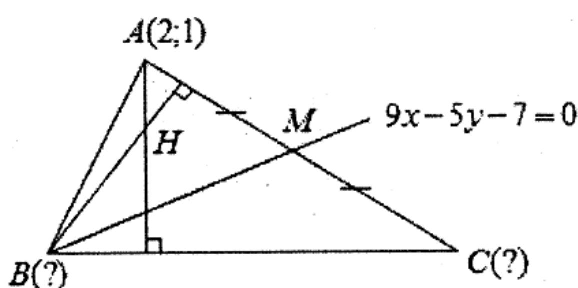
Ví dụ 8 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng 24 và phương trình các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A,B,C lần lượt là $\Delta_1: x-y+2=0$, $\Delta_3: x+3y-10=0$. Tìm tọa độ A,B,C.



Ví dụ 9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;4)$, trọng tâm $G(2;2)$, trực tâm $H\left(\frac{23}{9};\frac{26}{9}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

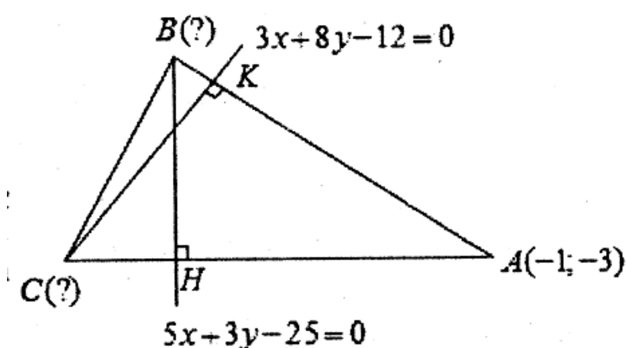


Ví dụ 10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tamgiasc ABC có đỉnh $A(2;1)$, trực tâm $H(14;-7)$, đường trung tuyến kẻ từ đỉnh B có phương trình $9x-5y-7=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C.

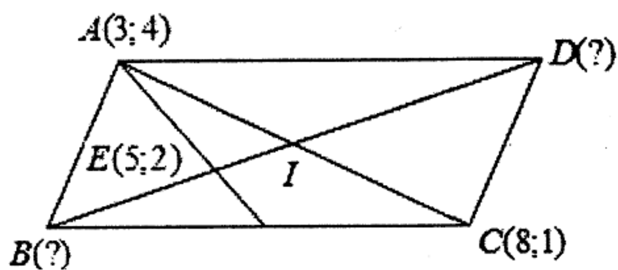


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG

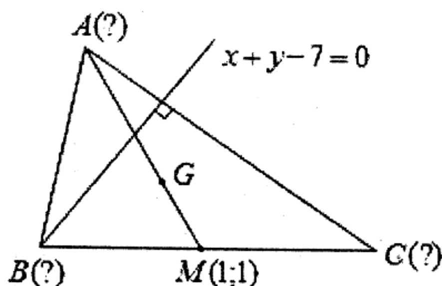
Bài 1 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$, hai đường cao BH và CK lần lượt có phương trình $5x+3y-25=0$ và $3x+8y-12=0$. Hay xác định tọa độ các đỉnh B và C.



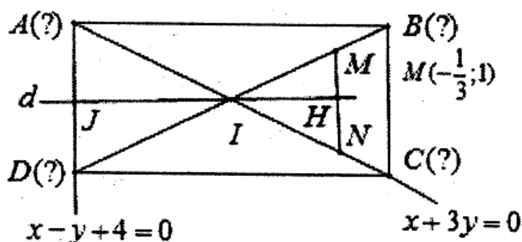
Bài 2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(3;4)$, $C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của BC, E là giao điểm của BC và AM. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành biết rằng $E(5;2)$.



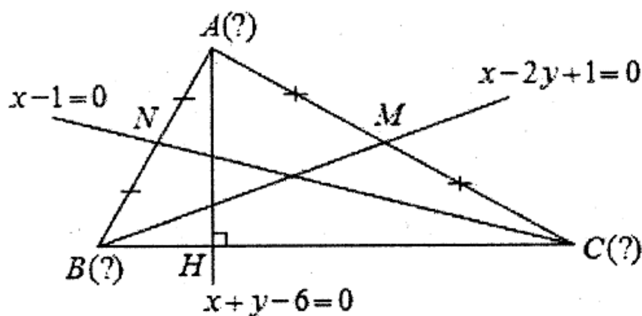
Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};1\right)$, trung điểm BC là điểm $M\left(1;1\right)$, phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B là $x+y-7=0$. Tìm tọa độ A,B,C.



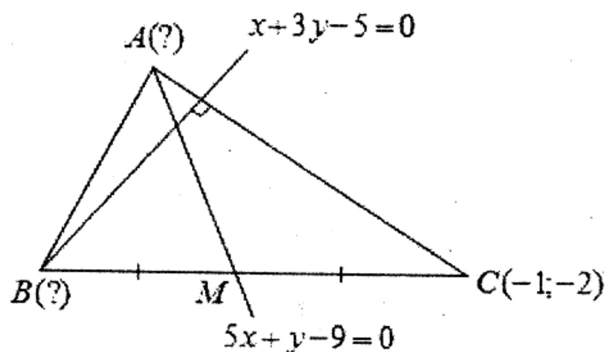
Bài 4 (D-2012-CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3};1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.



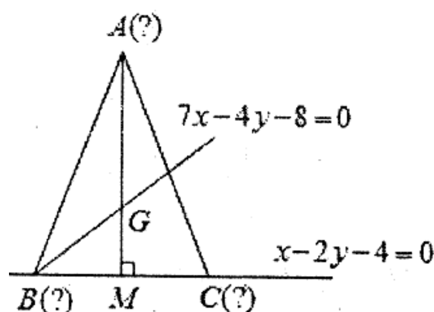
Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,cho tam giác ABC. Đường cao kẻ từ A, trung tuyến kẻ từ B, trung tuyến kẻ từ C lần lượt nằm trên các đường thẳng có phương trình $x+y-6=0$, $x-2y+1=0$ và $x-1=0$. Tìm tọa độ A,B,C.



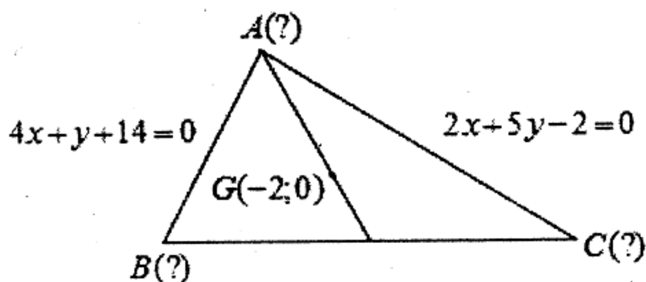
Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $C(-1;-2)$, đường trung tuyến kẻ từ A và đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình $5x+y-9=0$ và $x+3y-5=0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và B.



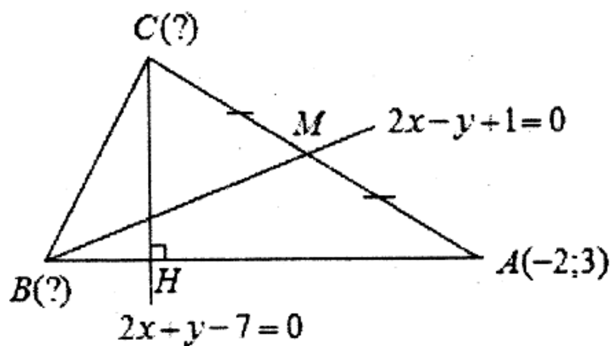
Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại đỉnh A, có trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$, phương trình đường thẳng BC là $x-2y-4=0$ và phương trình đường thẳng BG là $7x-4y-8=0$. Tìm tọa đọ các đỉnh của tam giác ABC.



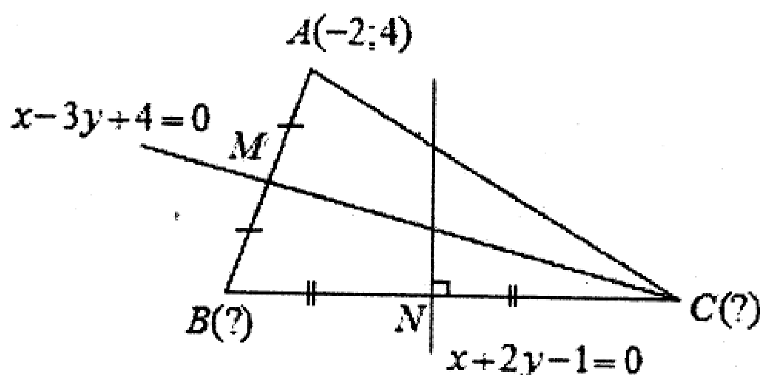
Bài 8 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2;0)$, biết phương trình các cạnh AB và AC theo thứ tự là $4x+y+14=0$ và $2x+5y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



Bài 9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-2;3)$. Đường cao CH nằm trên đường thẳng $2x-y+1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

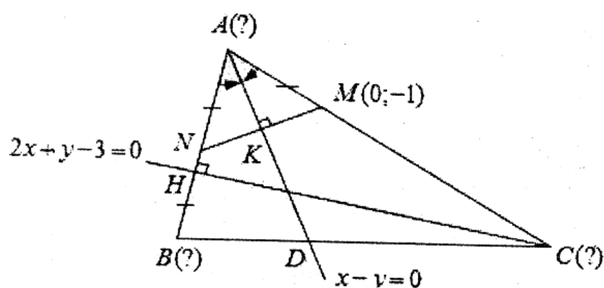


Bài 10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-2;4)$. Phương trình đường trung trực canh BC, đường trung tuyến xuất phát từ C lần lượt là $x+2y-1=0$ và $x-3y+4=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

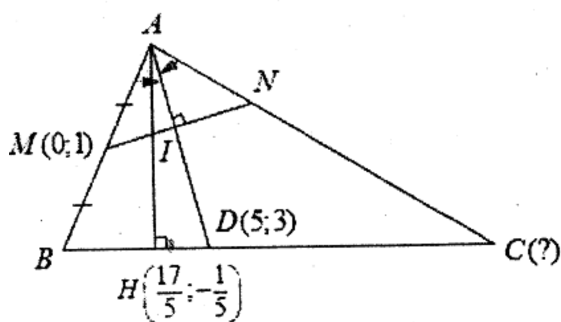


Bài toán 8. Tìm điểm dựa vào phân giác trong (ngoài) của tam giác

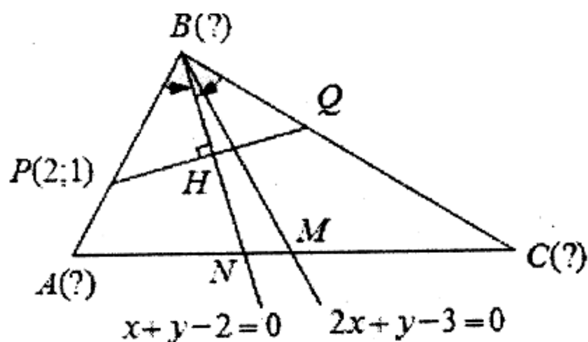
Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD là : $x-y=0$, đường cao CH là :$2x+y+3=0$, cạnh AC đi qua điểm $M(0;-1)$ sao cho $AB=2AM$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



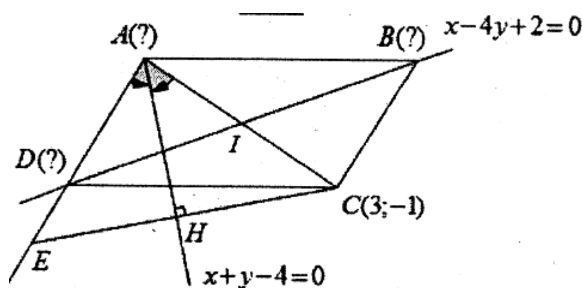
Ví dụ 2 (B - 2013 - NC) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5};-\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của A là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C.



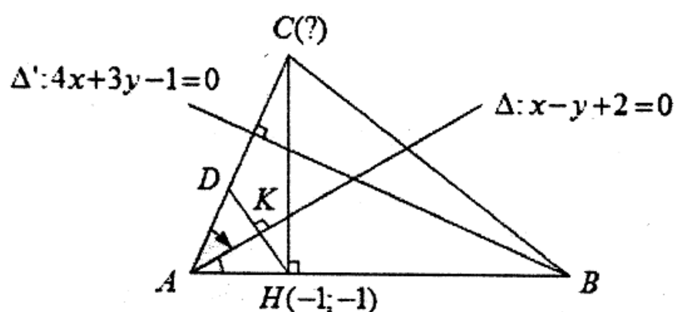
Ví dụ 3 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trung tuyến $BM: 2x+y-3=0$, phân giác trong BN: $x+y-2=0$. Điểm $P(2;1)$ thuộc đường thẳng đi qua A, B. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



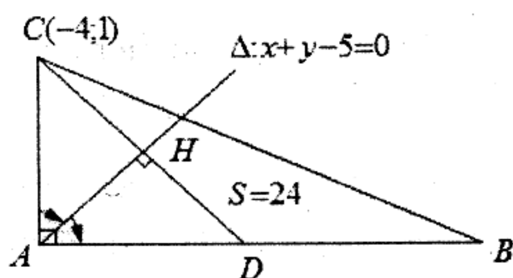
Ví dụ 4 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $C(3;-1)$, đường thẳng chứa BD và đường thẳng chứa đường phân giác của góc $\widehat{DAC}$ lần lượt có phương trình là $x-4y+2=0$ và $x+y-4=0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành trên.



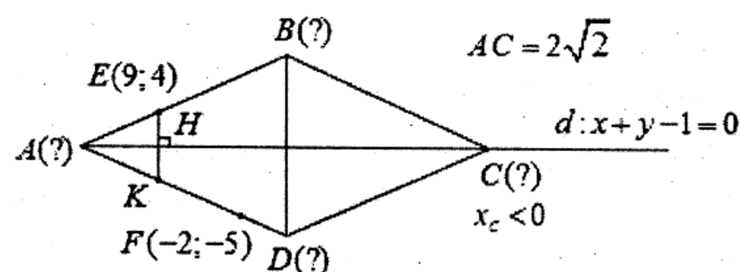
Ví dụ 5 (B – 2008) Trong mặt phẳng tọa độ của Oxy, hãy xác đinh tọa độ đỉnh C của tam giác ABC biết rằng hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB là điểm $H(-1;-1)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x-y+2=0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x+3y-1=0$.



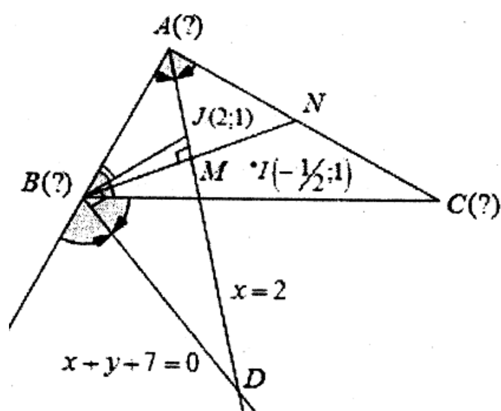
Ví dụ 6. (B – 2010 – CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.



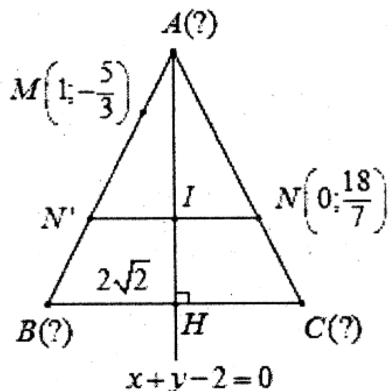
Ví dụ 7 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có đường chéo AC nằm trên đường thẳng $d: x+y-1=0$. Điểm $E(9;4)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AB, điểm $F(-2;-5)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AD. Xác đinh tọa dộ các đỉnh của hình thoi $ABCD$ biết điểm C có hoành độ âm và $AC = 2\sqrt{2}$.



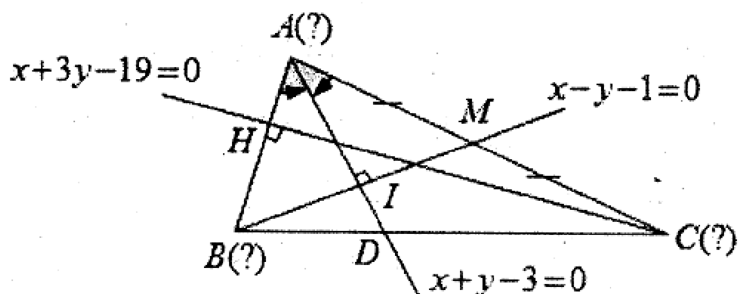
Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Phân giác trong của góc A và phân giác ngoài của góc B lần lượt có phương trình $x=2$ và $x+y+7=0$. Các điểm $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$, $J(2;1)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.



Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A với $BC = 4\sqrt{2}$. Các đường thẳng AB và AC lần lượt đi qua các điểm $M\left(1;-\frac{5}{3}\right)$ và $N\left(0;\frac{18}{7}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường cao AH có phương trình $x+y-2=0$ và điểm B có hoành độ dương.

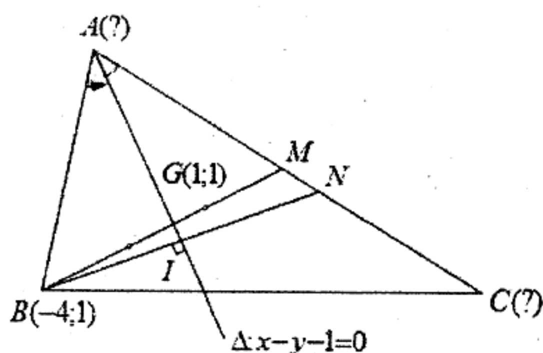


Ví dụ 10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Đường phân giác góc A có phương trình $x+y-3=0$, Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh B có phương trình $x-y-1=0$, đường cao kẻ từ C có phương trình $x+3y-19=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

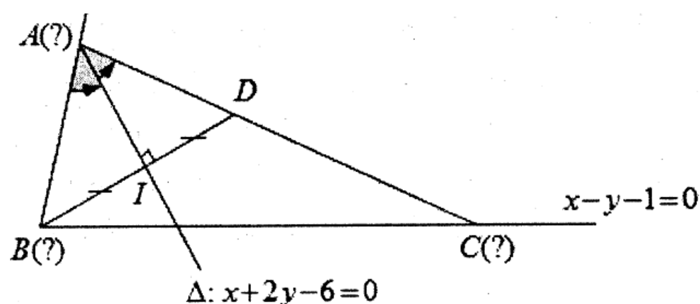


D. BÀI TẬP VẬN DỤNG

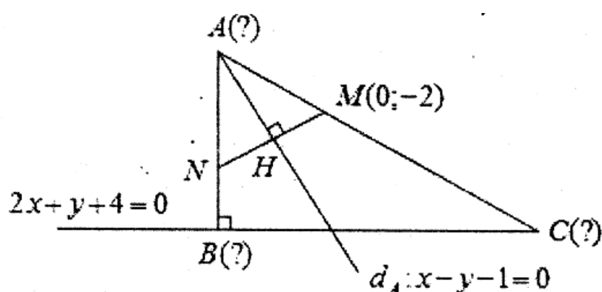
Bài 1 (D – 2011 – CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x-y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C.



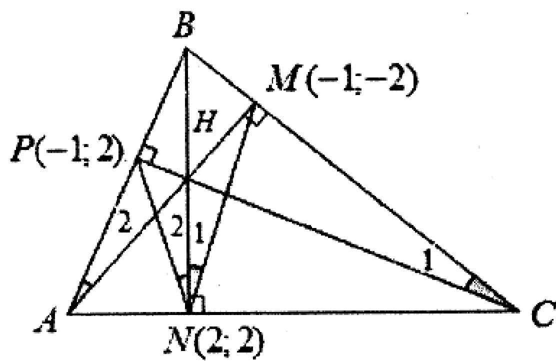
Bài 2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh AB và BC lần lượt là $4x+3y-4=0$ và $x-y-1=0$. Phân giác trong của góc A nằm trên đường thẳng $x+2y-6=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



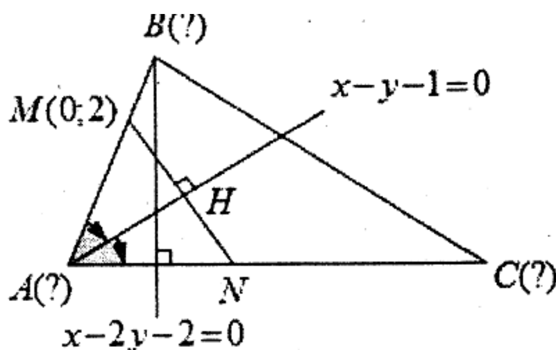
Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại B, đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình $2x+y+4=0$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d_A: x-y-1=0$. Đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $M(0;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



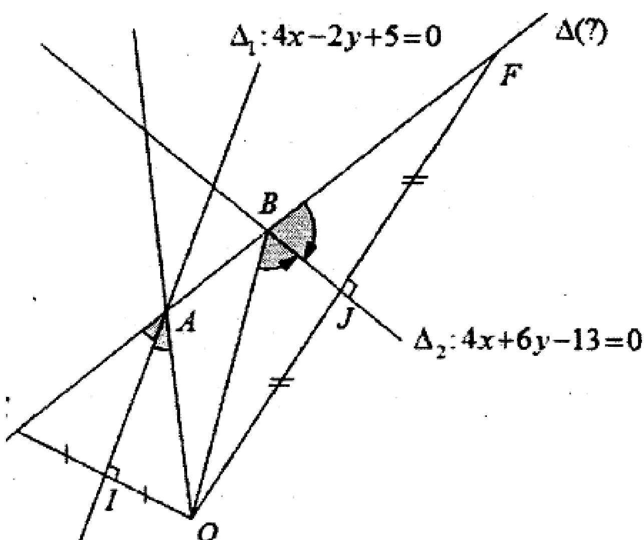
Bài 4 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC của tam giác, biết tọa độ chân đường cao hạ từ ba đỉnh A,B,C tương ứng là $M(-1;-2)$, $N(2;2)$, $P(-1;2)$.



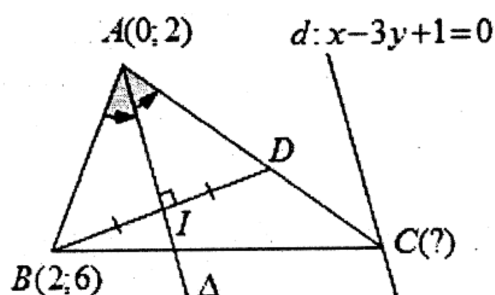
Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đường cao kẻ từ đỉnh B và phân giác trong của góc A có phương trình lần lượt là $x-2y-2=0$ và $x-y-1=0$. Điểm $M(0;2)$ thuộc đường thẳng AB và $AC=2AB$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



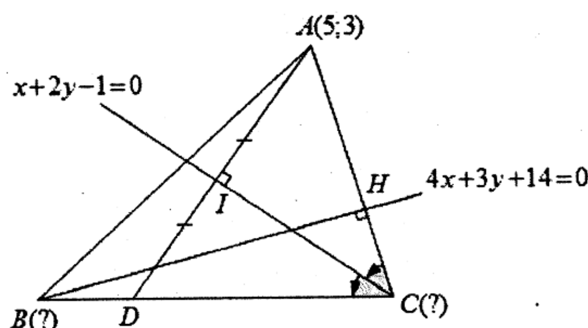
Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: 4x-2y+5=0$ và $\Delta_2: 4x+6y-13=0$. Đường thẳng Δ cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B. Biết rằng Δ_1 là phân giác của góc tạo bởi OA và Δ ; Δ_2 là phân giác của góc tạo bởi OB và Δ. Viết phương trình đường thẳng Δ.



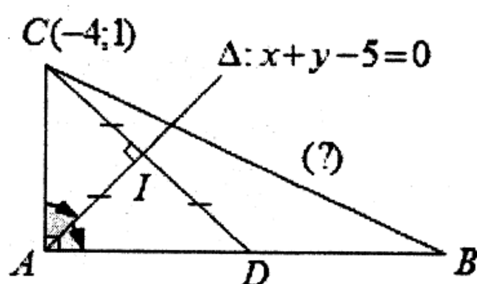
Bài 7 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;2), B(2;6)$ và C thuộc đường thẳng $d: x-3y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh C sao cho phân giác trong xuất phát từ đỉnh A song song với đường thẳng d.



Bài 8 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(5;3)$, đường cao BH nằm trên đường thẳng $4x+3y+14=0$, phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $x+2y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



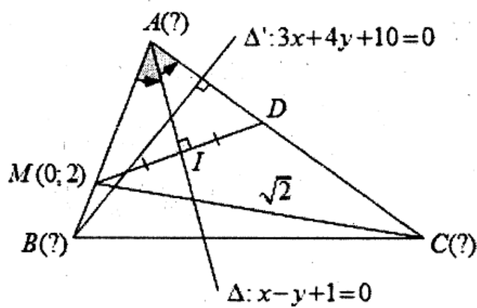
Bài 9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.



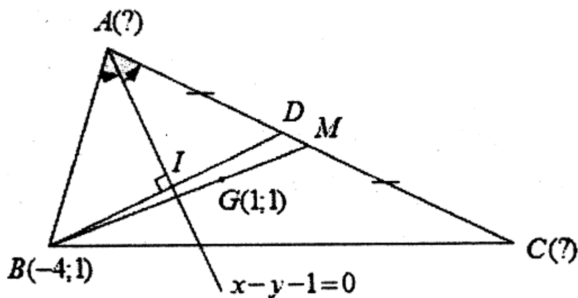
(Không có bài 10)

Bài 11 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đường cao kẻ từ đỉnh B và phương trinh phân giác trong của góc A lần lượt có phương trình là $3x+4y+10=0$ và $x-y+1=0$, điểm $M(0;2)$ thuộc đường thẳng AB đồng thời cách C một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

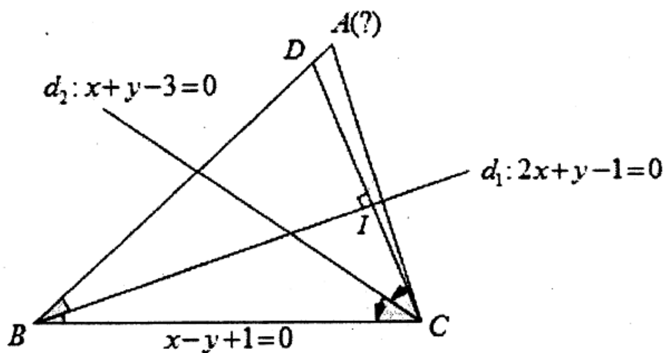
Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác, biết C có tọa độ nguyên.



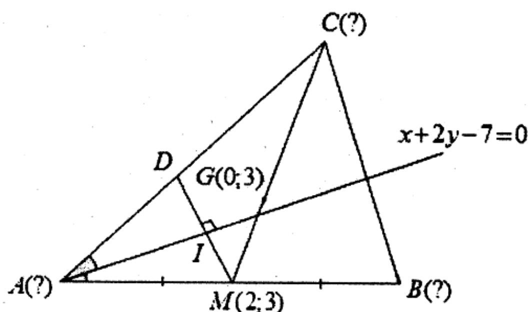
Bài 12 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4;1)$. Trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x-y-1=0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



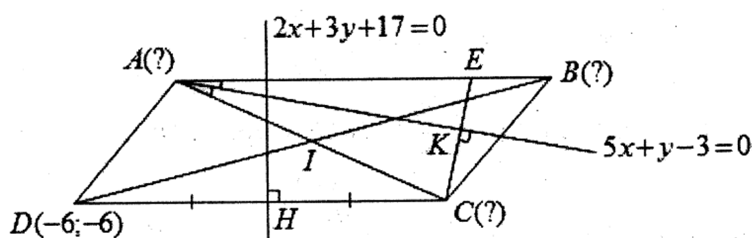
Bài 13 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, biết phương trình cạnh BC là $x-y+1=0$. Hai đường phân giác trong của góc B và C lần lượt có phương trình $d_1: 2x+y-1=0$ và $d_2: x+y-3=0$. Viết phương trình cạnh AB của tam giác ABC.



Bài 14 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, có trọng tâm $G(0;3)$, trung điểm của AB là $M(2;3)$, phương trình phân giác trong của A là $d: x+2y-7=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



Bài 15 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $D(-6;-6)$. Đường trung trực của đoạn DC có phương trình là $2x+3y+17=0$ và đường phân giác của góc BAC có phương trình $5x+y-3=0$. Xác đinh tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.



Bài toán 9. Tìm điểm thuộc (E) thoả điều kiện cho trước; Viết phương trình chính tắc của (E)

C. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$. Viết phương trình đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm phân biệt có tọa độ là các số nguyên.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{9}+y^2=1$. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho bán kính qua tiêu của tiêu điểm này bằng 3 lần bán kính qua tiêu của tiêu điểm kia.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M\left(-\sqrt{3};1\right)$, đường elip (E) đi qua điểm M và khoảng cách giữa hai đường chuẩn của (E) là 6. Lập phương trình chính tắc của (E).

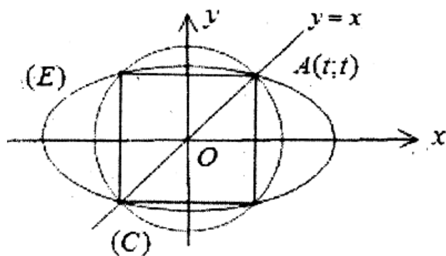
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Lập phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng có một đỉnh và hai tiêu điểm của (E) tạo thành một tam giác đều và chu vi hc cơ sở của (E) là $12\left(2+\sqrt{3}\right)$.

Ví dụ 6.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right), F_2\left(\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(\sqrt{3};\frac{1}{2}\right)$. Lập phương trình chính tắc của (E) và với mọi điểm M thuộc (E), hãy tính giá trị biểu thức $P = MF_2{}^2 + MF_2^2 - 3OM^2 - MF_1.MF_2$.

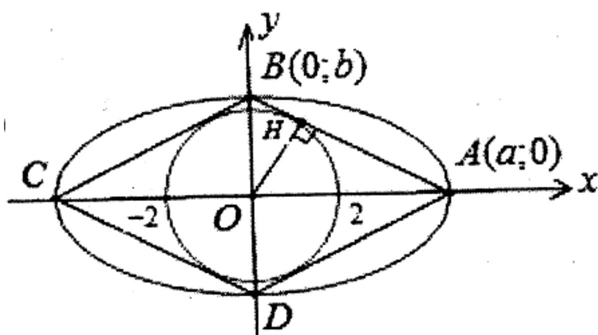
Ví dụ 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{2}y = 0$ cắt (E) tại hai điểm B, C. Tìm tọa độ điểm A trên (E) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Ví dụ 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 (hoành độ của F_1 âm). Tìm tọa độ của điểm M thuộc elip sao cho $\widehat{MF_1F_2} = 60^0$.

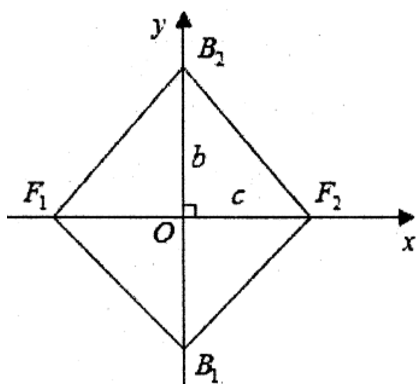
Ví dụ 9 (A – 2012): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E), biết rằng (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.



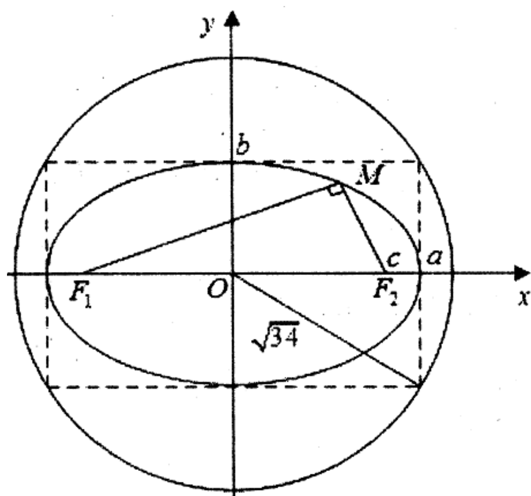
Ví dụ 10 (B – 2012): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. VIết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D của hình thoi. Biết A thuộc trục Ox.



Ví dụ 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Lập phương trình chính tắc của elip (E) có tâm sai bằng $\frac{3}{5}$, biết diện tích của tứ giác tạo bởi các tiêu điểm và các đỉnh trên trục bé của (E) bằng 24.



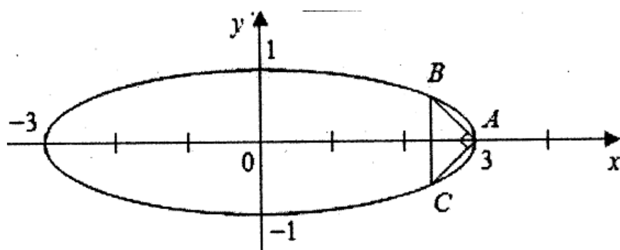
Ví dụ 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E) có tâm sai $e = \frac{4}{5}$, đường tròn ngoại tiếp hc cơ sở của elip có phương trình $x^2 + y^2 = 34$. Viết phương trình chính tắc của elip và tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông và M có hoành độ dương.



Ví dụ 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$ có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1^2 + 2MF_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Ví dụ 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm $I(1;2)$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua I, cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho I là trung điểm của AB.

Ví dụ 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông tại A.



Ví dụ 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ điểm $M\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M cắt E tại hai điểm A, B sao cho $MA = 2MB$.

D. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật cơ sở bằng $2\sqrt{5}$.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ và $M(1;-1)$. Một đường thẳng d đi qua M cắt (E) tại A, B sao cho $MA.MB$ lớn nhất. Tìm tọa độ A, B.

Bài 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Lập p t chính tắc của elip biết điểm $M\left(\sqrt{\frac{8}{2}}; \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ thuộc elip và tam giác F_1MF_2 vuông tại M, trong đó F_1, F_2 là hai điểm của elip.

Bài 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và có một điểm M thuộc (E) sao cho tam giác F_1MF_2 vuông tại M và có diện tích bằng 1.

Bài 5.: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Viết phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm của elip nhìn trục nhỏ với một góc 60^0.

Bài 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Giả sử F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip, trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho $MF_1 - MF_2 = 2$.

Bài 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Tìm điểm M thuộc elip sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=90^0$ với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip.

Bài 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Viết phương trình chính tắc của elip, biết hai tiêu điểm cùng với hai đỉnh trên trục bé xác định một hình vuông và phương trình hai đường chuẩn $x=\pm 8$.

Bài 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{4}{3}$.

Bài 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng khi điểm M thay đổi (E) thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8, với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm.

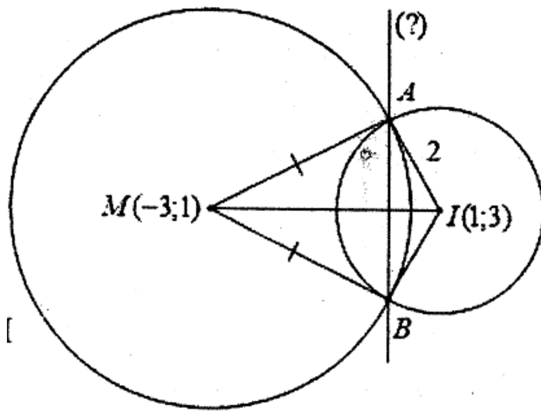
Bài toán 10. Cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) cắt nhau tại hai điểm A, B. Viết phương trình đường thẳng AB

C. VÍ DỤ GỐC

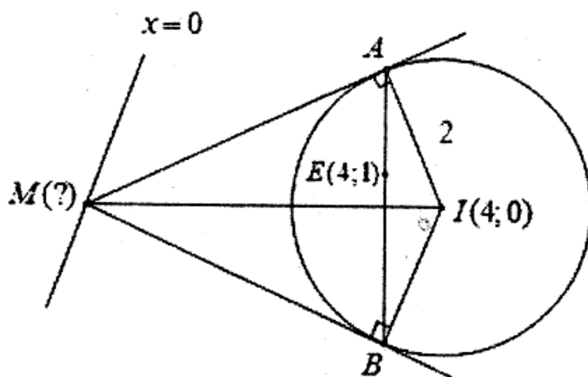
Cho hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2+4x+4y+4y-17=0$ và $(C_2): x^2+y^2-8x-2y+7=0$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Viết phương trình đường thẳng AB.

D. CÁC VÍ DỤ MỞ RỘNG

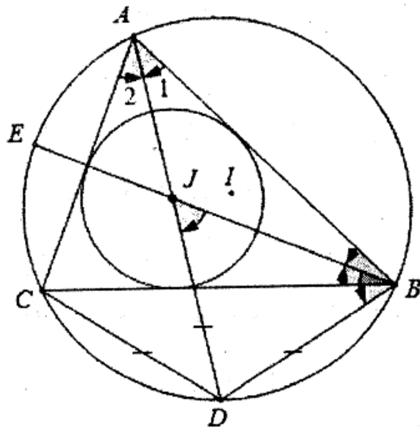
Ví dụ 1 (Khối B – 2006): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$ và điểm $M(-3;1)$. Gọi A và B là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng AB.



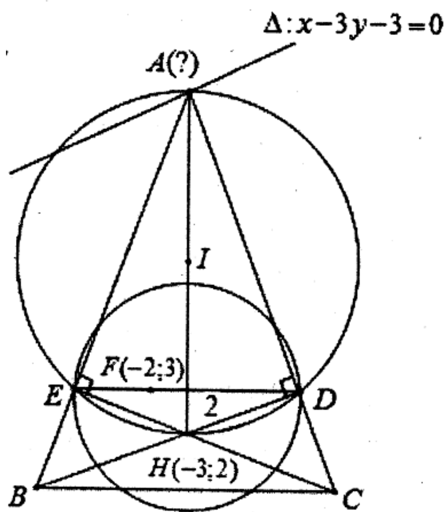
Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-y)^2+y^2=4$ và điểm $E(4;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung, sao cho từ điểm M kẻ được hai tiếp tuyến $MA.MB$ đến (C) (với A,B là các tiếp điểm) sao cho AB đi qua E.



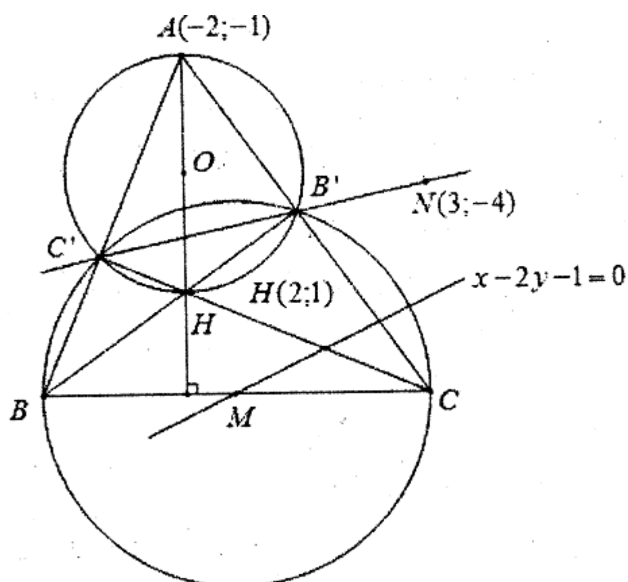
Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm $I(6;6)$ và ngoại tiếp đường tròn $J(4;5)$. Biết điểm $A(2;3)$ và hoành độ điểm B nhỏ hơn hoành độ điểm C. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



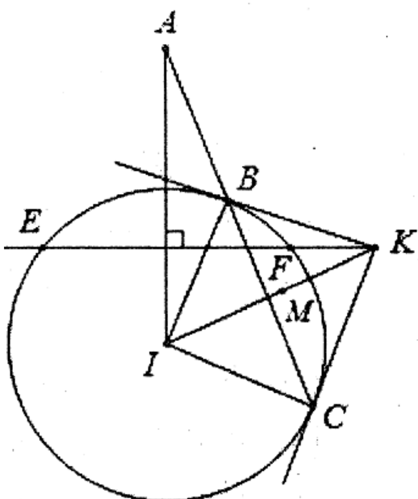
Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, có trực tâm $H(-3;2)$. Gọi D,E là chân đường cao kẻ từ B và C. Biết rằng điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: x-3y-3=0$, điểm $F(-2;3)$ thuộc đường thẳng DE và $HD=2$. Tìm tọa độ điểm A.



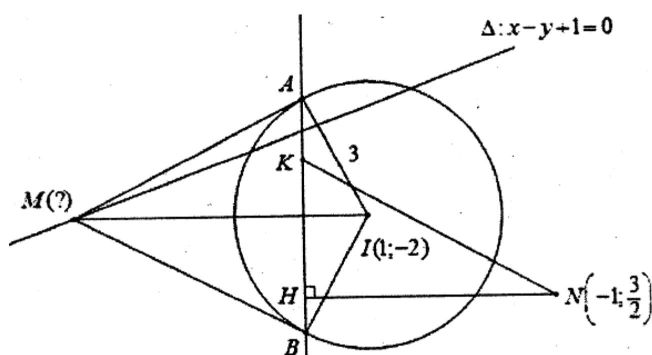
Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;-1)$, trực tâm $H(2;1)$ và $BC=2\sqrt{5}$. Gọi B',C' lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B,C. Lập phương trình đường thẳng BC, biết rằng trung điểm M của cạnh BC nằm trên đường thẳng có phương trình $x-2y-1=0$, tung độ của M dương và đường thẳng $B'C'$ đi qua điểm $N(3;-4)$.



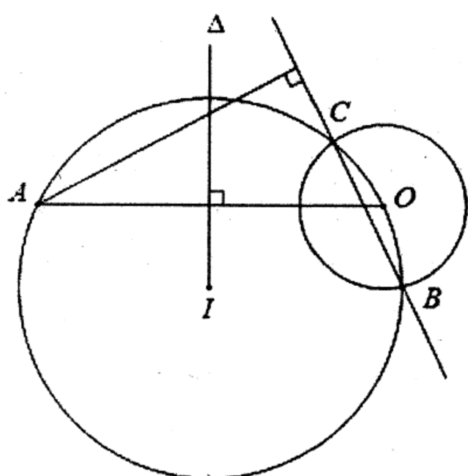
Ví dụ 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T):(x-1)^2+(y-1)^2=5$ với tâm I và điểm $A(4;5)$. Từ A kẻ một đường thẳng cắt đường tròn (T) tại hai điểm B,C, tiếp tuyến tại B,C cắt nhau tại K. Qua K kẻ đường thẳng vuông góc với IA, cắt (T) tại E,F. Xác định tọa độ các điểm E,F.



Ví dụ 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2-2x+4=0$ và đường thẳng $\Delta:x-y+1=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến MA,MB đến đường tròn (C) (với A,B là các tiếp điểm), đồng thời khoảng cách từ điểm $N\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ đến AB lớn nhất.

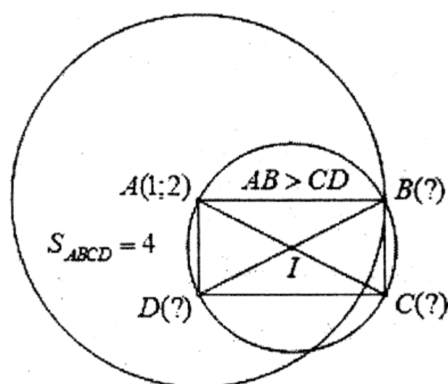


Ví dụ 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $x^2+y^2=1$ và điểm $A(1;3)$. Viết phương trình đường tròn (T) qua A và tâm của đường tròn (T'), đồng thời cắt đường tròn (T') tại hai điểm B,C sao cho khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC lớn nhất.

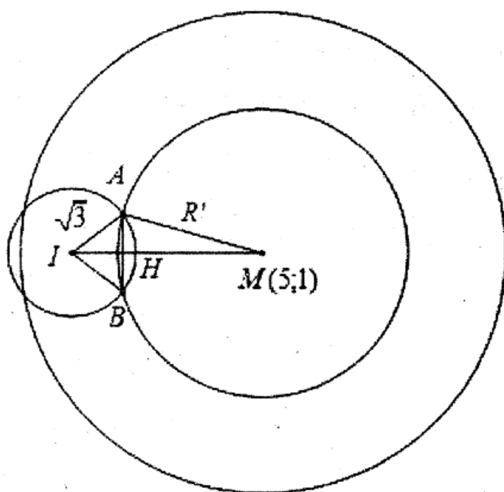


E. BÀI TẬP VẬN DỤNG:

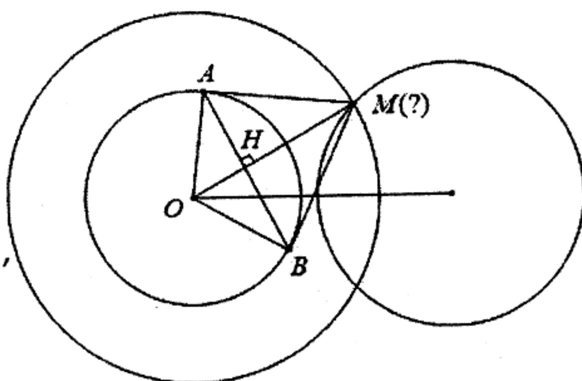
Bài 1: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-3x-7+12=0$ và điểm $A(1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong (C) và có diện tích bằng 4. Biết AB là chiều dài của hình chữ nhật và B có hoành độ nguyên.



Bài 2: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+2=0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm $M(5;1)$ biết (C') cắt (C) tại hai điểm A,B sao cho $AB=\sqrt{3}$.



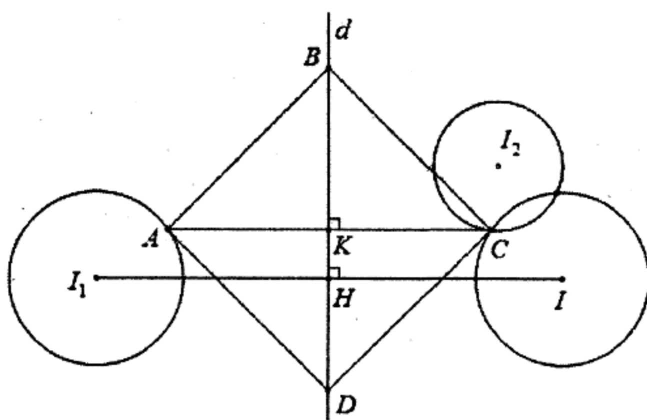
Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2-18x-6y+65=0$ và $(C_2): x^2+y^2=9$. Từ điểm M thuộc đường tròn (C_1) kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (C_2) với hai tiếp điểm A,B. Tìm tọa độ điểm M, biết độ dài đoạn $AB=4,8$.



Bài 4: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và điểm $K(3;4)$. Lập phương trình đường tròn (T) tâm K cắt đường tròn (C) tại hai điểm A,B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất với I là tâm của đường tròn (C).

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm $K(1;3)$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm A,B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 4, với I là tâm của đường tròn (C).

Bài 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1):(x-1)^2+(y-2)^2=9$ và $(C_2):(x+2)^2+(y-10)^2=4$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết điểm A thuộc (C_1), điểm C có tọa độ nguyên thuộc (C_2) và các đỉnh B,D thuộc đường thẳng $x-y+6=0$.

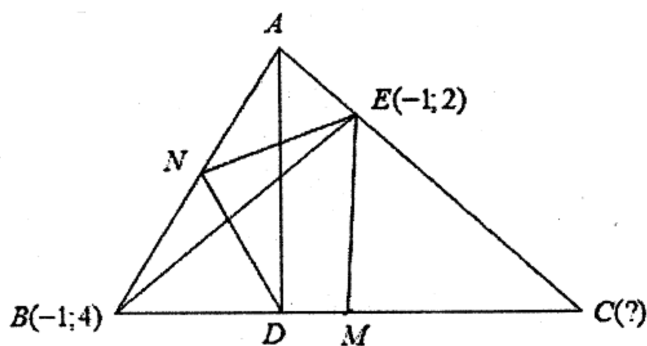

d
B
I_2
A
K
C
I_1
H
I
D

PHẦN 4. SÁNG TẠO VÀ PHÁT TRIỂN TỪ CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG THUẦN TÚY

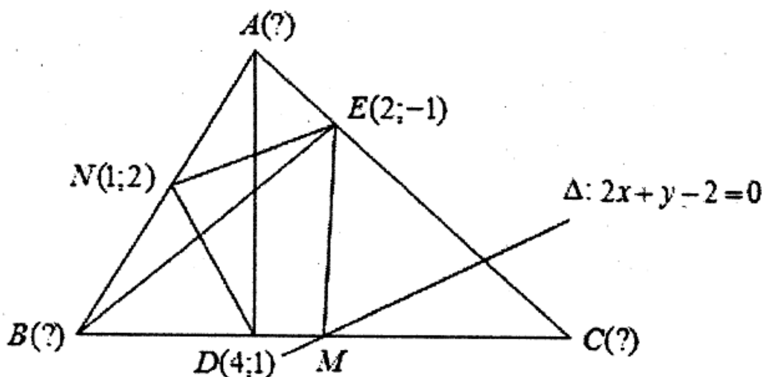
A. Sáng tạo và phát triển

Bài 1. Cho tam giác ABC. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BC và AB; D,E lần lượt là chân chiều cao kẻ từ A,B của tam giác ABC. Chứng minh rằng $MEND$ nội tiếp đường tròn.

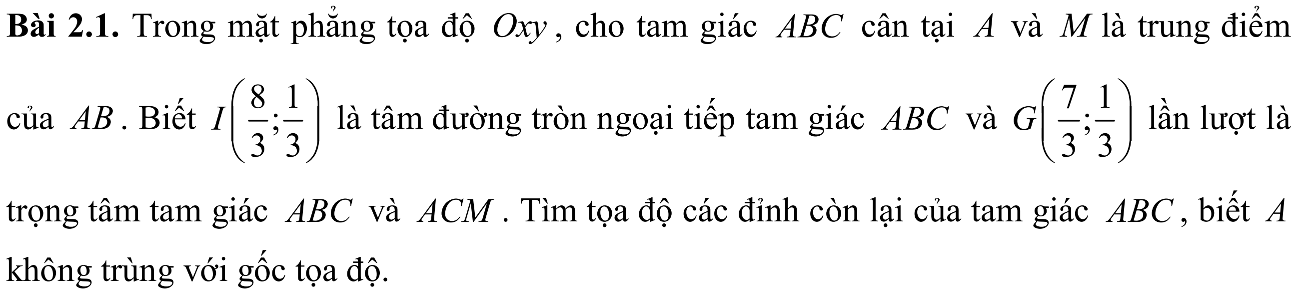
Bài 1.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(-1;4)$. Gọi $D,E(-1;2),N$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và trung điểm cạnh AB. Biết $I\left(-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEN. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.



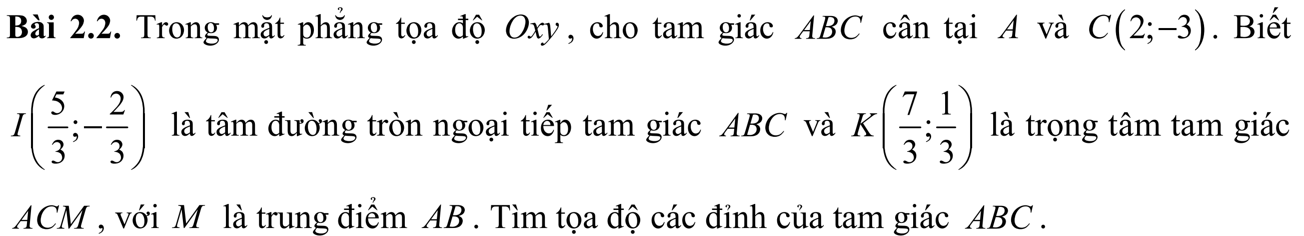
Bài 1.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC không vuông và đường thẳng Δ có phương trình $2x+y-2=0$. Giả sử $D(4;1),E(2;-1),N(1;2)$ theo thứ tự là chân đường cao kẻ từ A, chân đường cao kẻ từ B và trung điểm cạnh AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết rằng trung điểm của cạnh BC nằm trên đường thẳng Δ và điểm M có hoành độ nhỏ hơn 1.



Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm AB. Gọi I,G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh rằng I là trực tâm của tam giác MGK. Biết rằng K là trọng tâm của tam giác ACM.



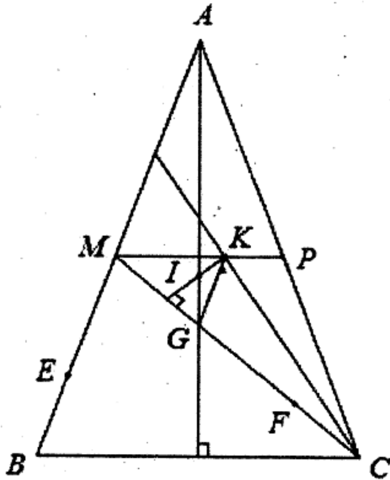
Bài 2.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB. Biết $I\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $G\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right)$ lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ACM. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC, biết A không trùng với gốc tọa độ.



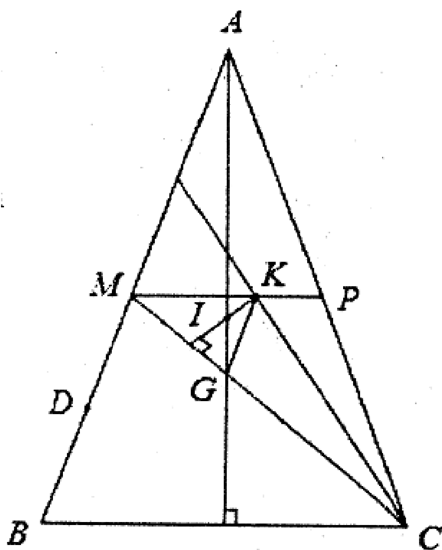
Bài 2.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và $C(2;-3)$. Biết $I\left(\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $K\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ACM, với M là trung điểm AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



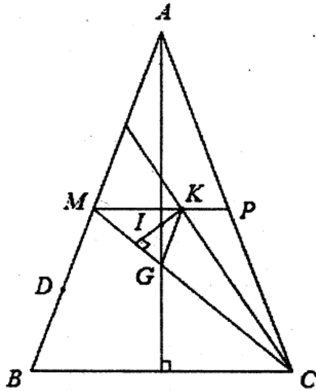
Bài 2.3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB. Biết $I\left(\frac{10}{3};\frac{8}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM, $K\left(\frac{10}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trọng tâm tam giác ACM. Các đường thẳng AB,CM lần lượt đi qua các điểm $E(0;3),F(2;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC biết A có tung độ dương.



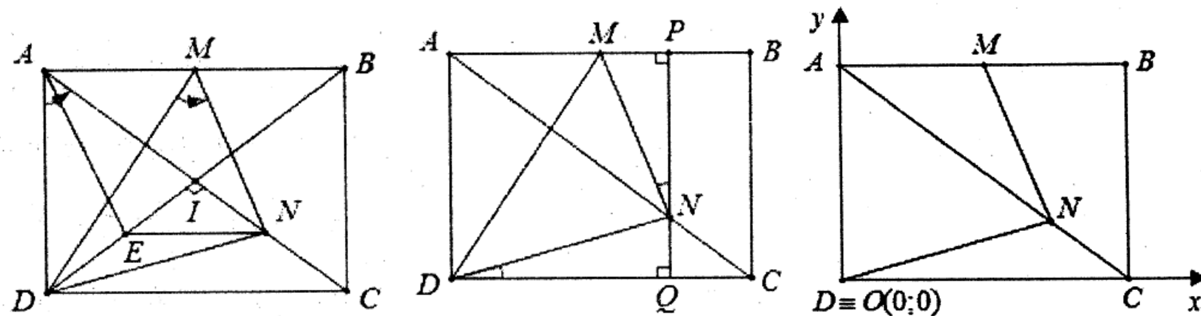
Bài 2.4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB. Đường thẳng CM có phương trình $y-3=0$ và $K\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ACM. Đường thẳng AB đi qua điểm $D\left(-\frac{1}{2};4\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết M có tung độ dương và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nằm tên đường thẳng $2x-y+4=0$.



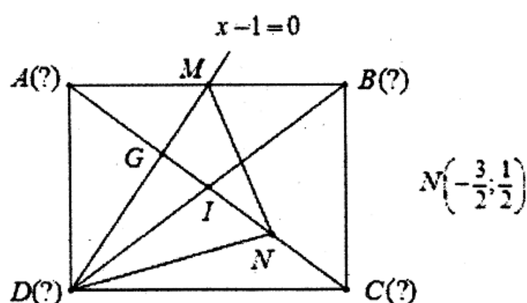
Bài 2.5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB. Đường thẳng CM có phương trình $5x-7y-20=0$ và $K\left(\frac{11}{6};-\frac{7}{6}\right)$ là trọng tâm của tam giác ACM. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm nằm trên đường thẳng $2x+4y+7=0$ và có bán kính bằng $\frac{5}{\sqrt{2}}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết A và C có tọa độ nguyên.



Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN=3NC$. Chứng minh tam giác DMN vuông cân.

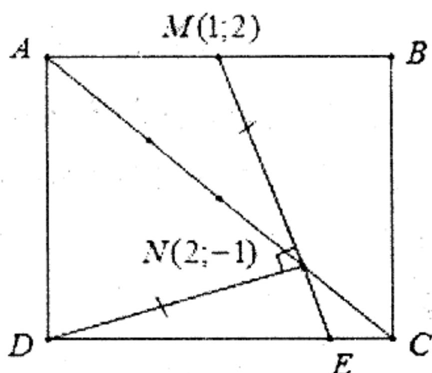


Bài 3.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh $AB, N\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là điểm trên cạnh AC sao cho $AN=3NC$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết đường thẳng DM có phương trình $x-1=0$ và D có tung độ âm.

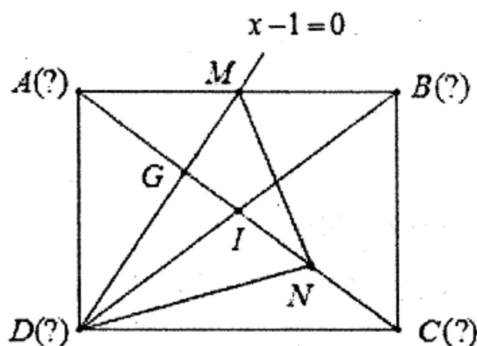


$N\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$

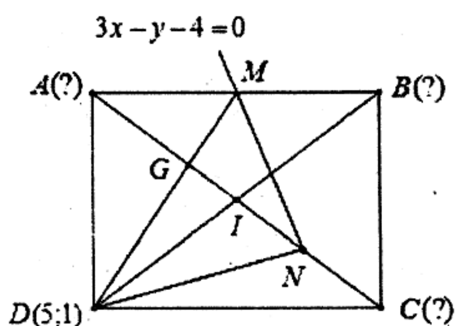
Bài 3.2 (Khối A, A1 – 2014). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.



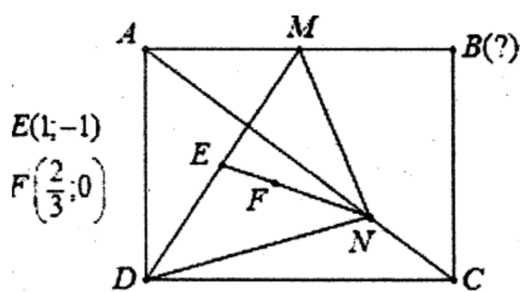
Bài 3.3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$, gọi M là trung điểm của cạnh AB, N thuộc đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ và là điểm trên cạnh AC sao cho $CN = \frac{1}{4}AC$. Biết phương trình đường thẳng $MD: x - 1 = 0$. Xác định tọa độ đỉnh C của hình vuông $ABCD$, biết khoảng cách từ C đường thẳng MD bằng 4 và N có hoành độ âm.



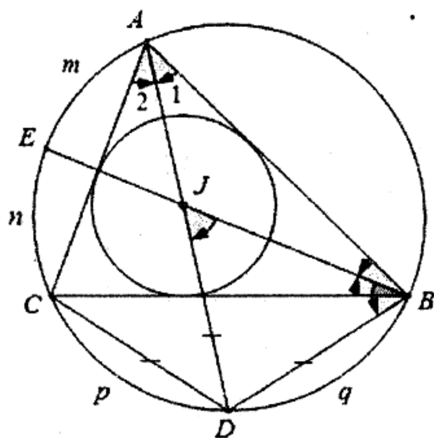
Bài 3.4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $D(5;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, N là điểm trên cạnh AC sao cho $CN = \frac{1}{4}AC$. Biết đường thẳng đi qua M và N có phương trình $3x - y - 4 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$, biết điểm M có tung độ dương.



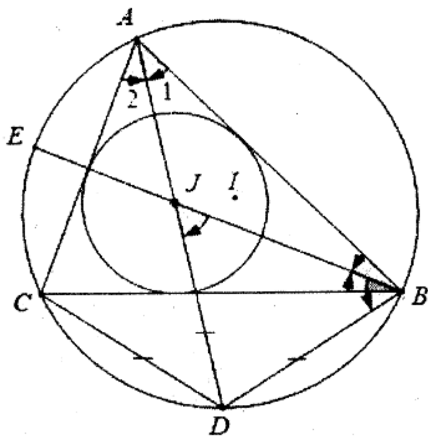
Bài 3.5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$, gọi M là trung điểm của cạnh AB, N là điểm trên cạnh AC sao cho $CN = \frac{1}{4}AC$. Biết $E(1;-1)$ là trung điểm của đoạn DM. Tìm tọa độ đỉnh B, biết $F\left(\frac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác AMN và điểm N có hoành độ âm.



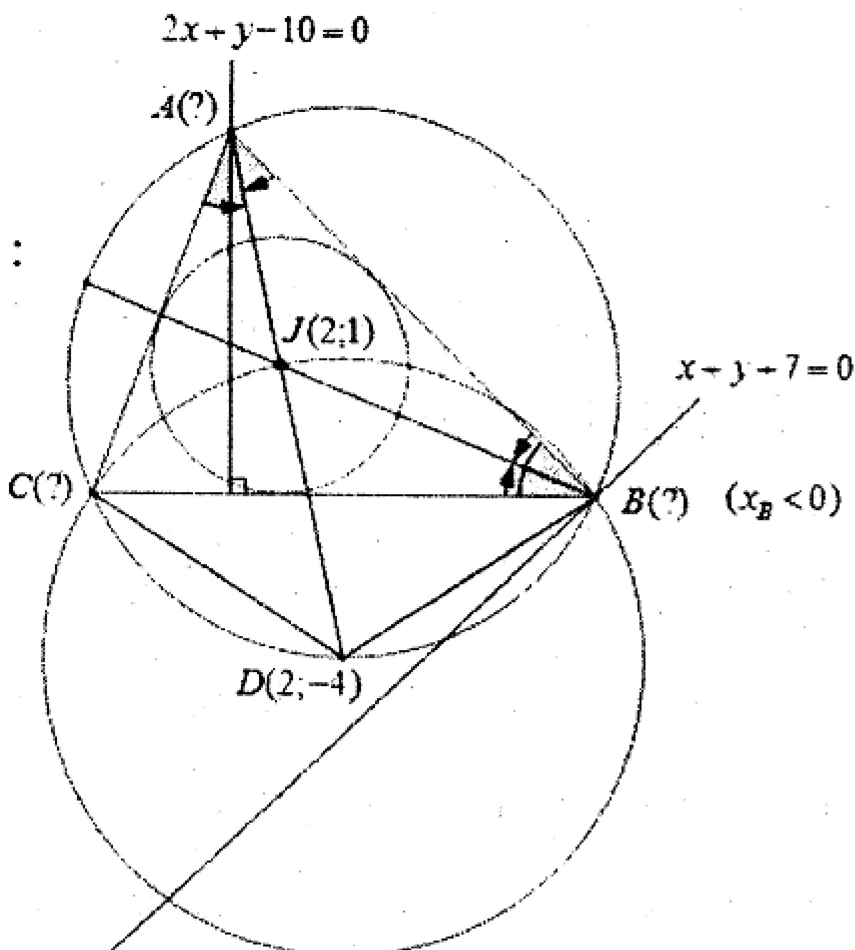
Bài 4. Cho tam giác ABC có tâm đường tròn nội tiếp J. Gọi D là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC với đường thẳng AJ. Chứng minh rằng D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



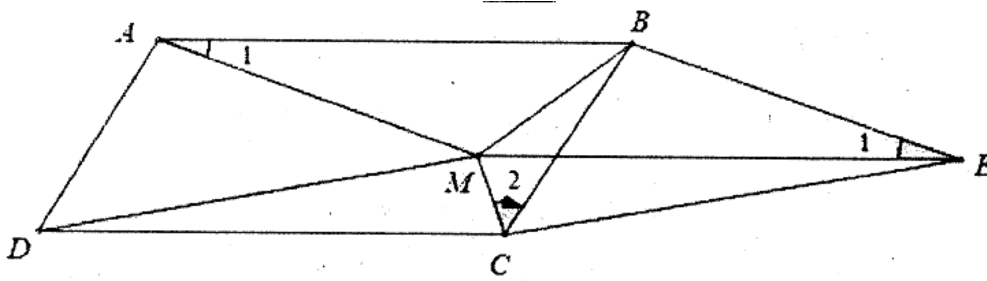
Bài 4.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $I(6;6)$ và ngoại tiếp đường tròn tâm $J(4;5)$. Biết điểm $A(2;3)$ và hoành độ điểm B nhỏ hơn hoành độ điểm C. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



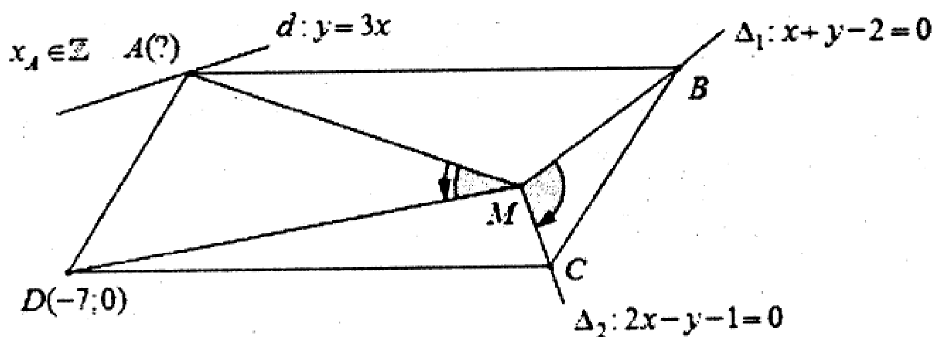
Bài 4.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn $J(2;1)$. Biết đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình $2x+y-10=0$ và $D(2;-4)$ là giao điểm thứ hai AJ với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết B có hoành độ âm và B thuộc đường thẳng có phương trình $x+y+7=0$.



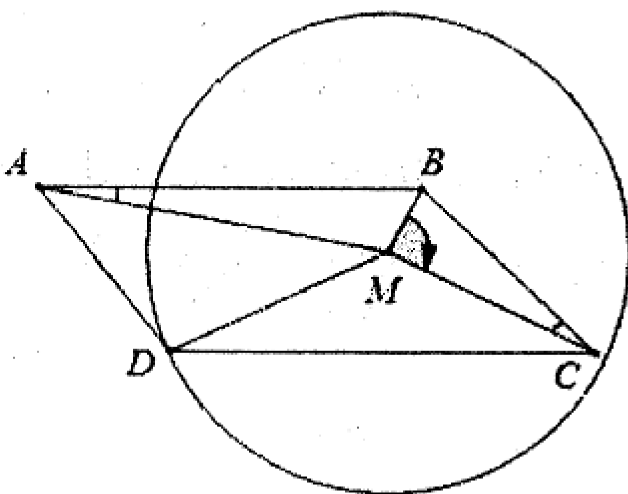
Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Một điểm M nằm trong hình bình hành sao cho $M\widehat{AB}=\widehat{MCB}$. Chứng minh rằng $\widehat{AMD},\widehat{BMC}$ là hai góc bù nhau.



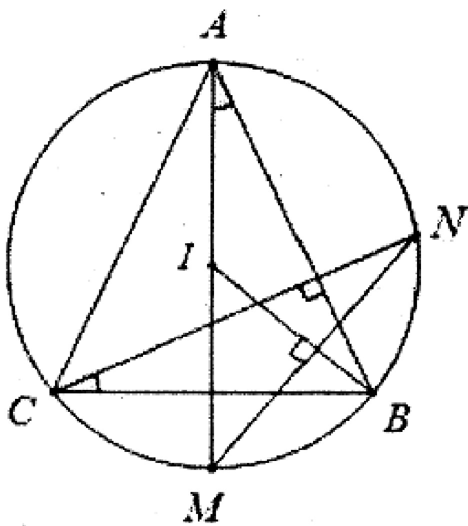
Bài 5.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $D(-7;0)$. Một điểm M nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MCB}$. Phương trình đường thẳng chứa MB, MC lần lượt là $\Delta: x + y - 2 = 0; \Delta: 2x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết rằng đỉnh A thuộc đường thẳng $d: y = 3x$ và A có hoành độ nguyên.



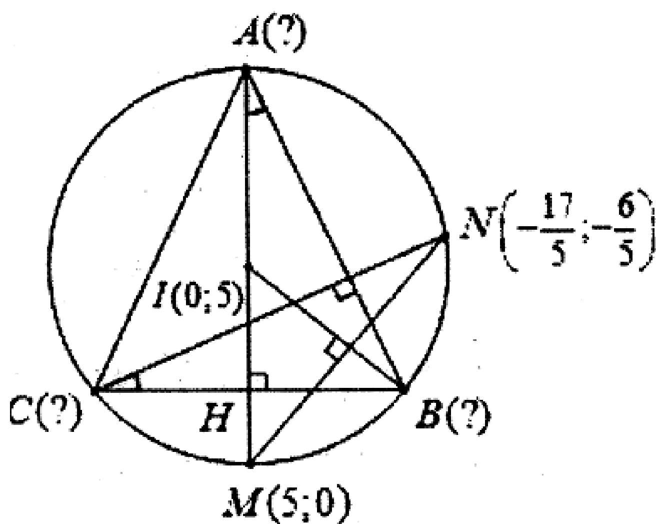
Bài 5.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Một điểm $M(1;-1)$ nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MCB} = 135^0$. Tìm tọa độ đỉnh D, biết rằng D thuộc đường tròn có phương trình $(T): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$.



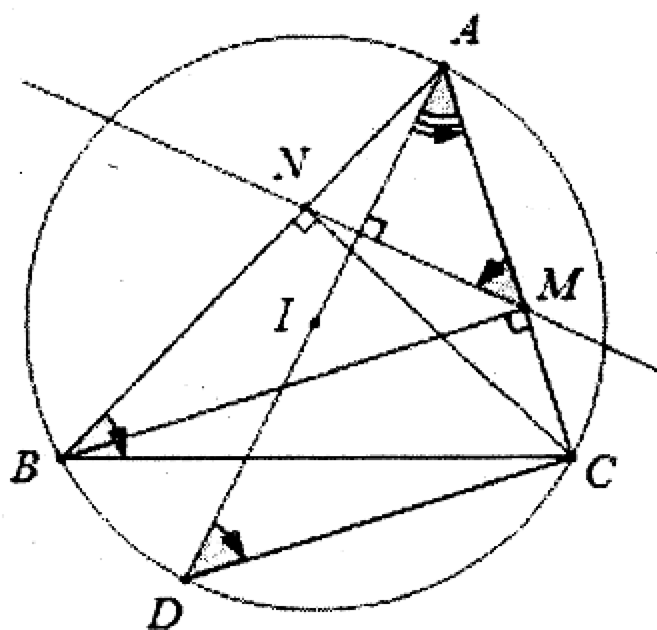
Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A và nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi AI và đường cao đi qua C lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai là M, N. Chứng minh rằng $IB \perp MN$.



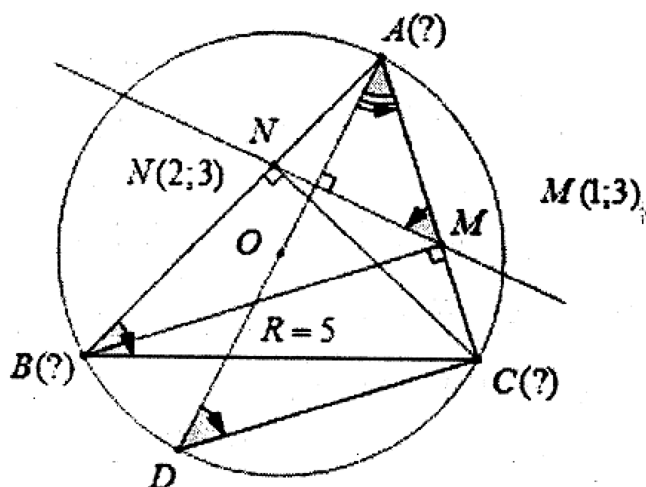
Bài 6.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(0;5)$. Đường thẳng AI cắt đường tròn (T) tại điểm thứ hai là $M(5;0)$. Đường cao đi qua C cắt đường tròn (T) tại điểm thứ hai là $N\left(-\frac{17}{5};\frac{6}{5}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đỉnh B có hoành độ dương.



Bài 7. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi M, N lần lượt là chân chiều cao kẻ từ đỉnh B và C. Chứng minh rằng $IA \perp MN$.



Bài 7.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 = 25$ ngoại tiếp tam giác ABC có tọa độ chân đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $M(1;3), N(2;3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết A có hoành độ âm.

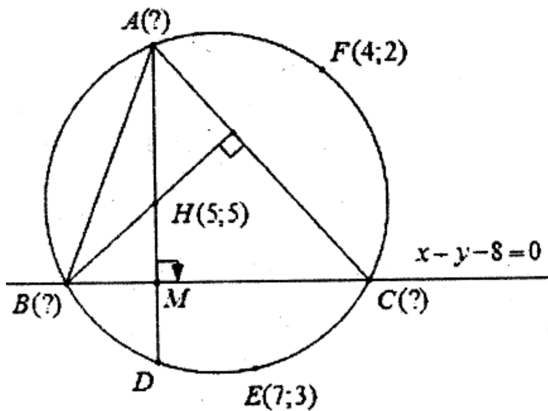


Bài 7.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$, đường thẳng AC đi qua điểm $K(2;1)$. Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết phương trình đường thẳng MN là $4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm.

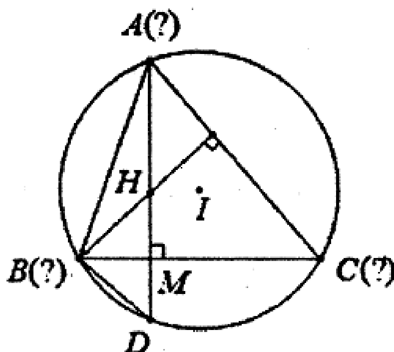
Bài 8. Cho tam giác ABC, có trực tâm H. Gọi D là giao điểm thứ hai của AB với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là giao điểm của AH với BC. Chứng minh rằng M là trung điểm của HD.

Bài 8.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$. Biết rằng trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt là $H(1;-1)$ và $I(2;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

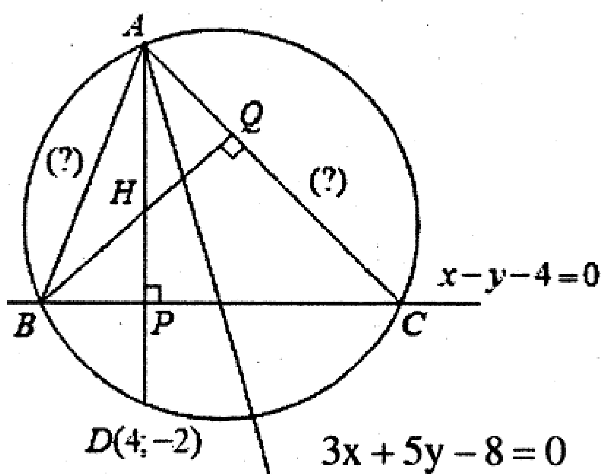
Bài 8.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC có trực tâm $H(5;5)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x+y-8=0$. Biết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đi qua hai điểm $E(7;3)$ và $F(4;2)$. Tím diện tích tam giác ABC.



Bài 8.3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp $I(2;2)$, trực tâm $H(2;12)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng đường thẳng BC có phương trình $x+y-2=0$.



Bài 8.4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình là $3x+5y-8=0$ và $x-y-4=0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4;-2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB,AC biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.



A. Các bài toán đề xuất

Bài 9. Cho tam giác ABC với H trực tâm. Gọi A',B',C' lần lượt là trung điểm các cạnh BC,CA,AB. Gọi D,E,F lần lượt là chân chiều cao ứng với các đỉnh A,B,C và K,L,M lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AH,BH,CH. Chứng minh rằng: 9 điểm A',B',C',D,E,F,K,L,M cùng nằm trên một đường tròn và H cùng với trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thẳng hàng.

Bài 9.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1;1)$. Phương trình đường tròn đi qua trung điểm của các đoạn BA,BC và chân đường cao hạ từ B xuống cạnh AC có phương trình $x^2+(y+1)^2=4$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đáp số: $(x-3)^2+(y-5)^2=16$.

Bài 9.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(T):(x+2)^2+(y-2)^2=25$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC cắt (T) tại điểm $E(1;-2)$ khác A. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết tam giác ABC có trọng tâm $G\left(-1;\frac{16}{3}\right)$.

Đáp số: $A(1;6),B(-6;5),C(2;5)$.

Bài 10. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là các điểm trên cạnh BC và CD sao cho $BM=CN$. Chứng minh rằng $AM\perp BN$.

Bài 10.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $B(3;3)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và CD. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình

vuông $ABCD$, biết A thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ và $H\left(\frac{11}{5};\frac{7}{5}\right)$ là giao điểm của AM và BN.

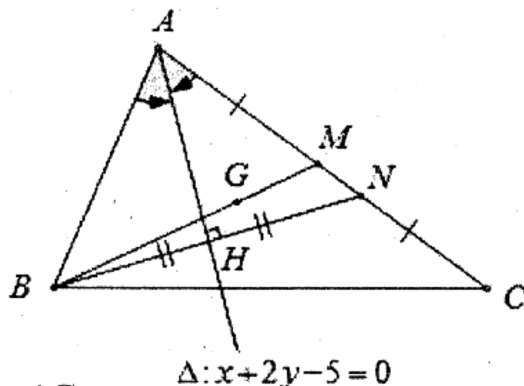
Đáp số: $A(-1;3), C(3;-1), D(-1;-1)$

Bài 10.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn CD $CD = AD = 2AB$; $\widehat{BAD} = 90^0$, $B(3;6)$. Gọi M là trung điểm của AD và $H\left(\frac{18}{5};\frac{24}{5}\right)$ là hình chiếu vuông góc của M trên BC. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$, biết A có tung độ nhỏ hơn 7.

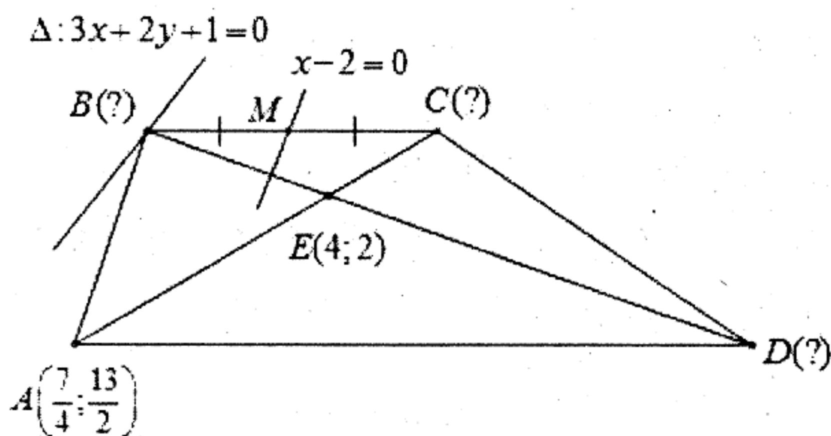
Đáp số: $A(0;6), C(6;0), D(0;0)$.

PHẦN 5. BÀI TẬP TỔNG HỢP

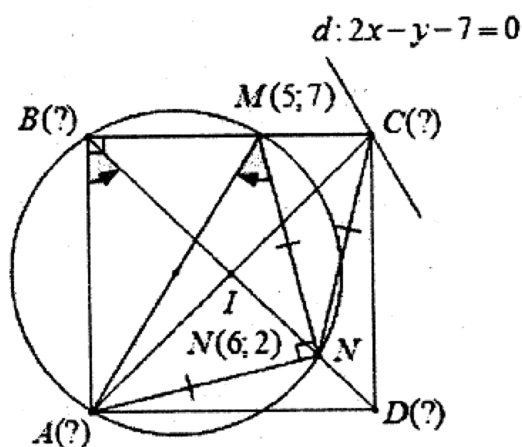
Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$ và trọng tâm $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. Đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A có phương trình là $\Delta: x+2y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.



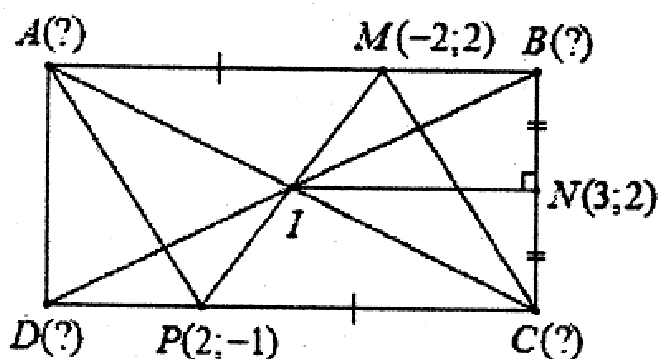
Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AD, BC, đỉnh $A\left(\frac{7}{4};\frac{13}{2}\right)$ và $4AD = 9BC$. Giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $E(4;2)$. Đỉnh $E(4;2)$. Đỉnh B thuộc đường thẳng $\Delta: 3x+y+1=0$ và trung điểm M của đoạn BC thuộc đường thẳng $x-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$.



Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$, đường tròn đường kính AM cắt cạnh BC tại hai điểm $B, M(5;7)$ và cắt đường chéo BD tại $N(6;2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 2x - y - 7 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết hoành độ đỉnh C nguyên và tung độ đỉnh A bé hơn 2.

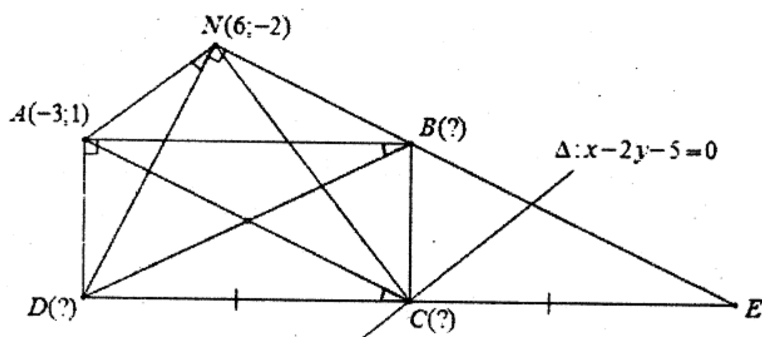


Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Điểm $N(3;2)$ là trung điểm cạnh BC, các điểm $M(-2;2)$ và $P(2;-1)$ lần lượt nằm trên AB và DC sao cho $AM = CP$. Xác định tọa độ các đỉnh $ABCD$.

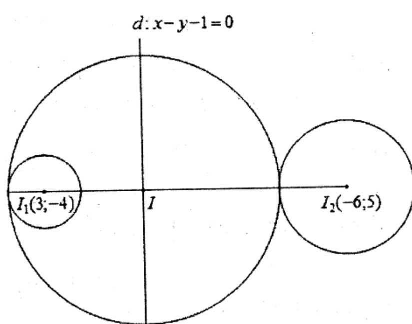


Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có đỉnh $A(-3;1)$ và đỉnh C thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 5 = 0$. Trên tia đối của CD lấy điểm E sao cho $CE = CD$,

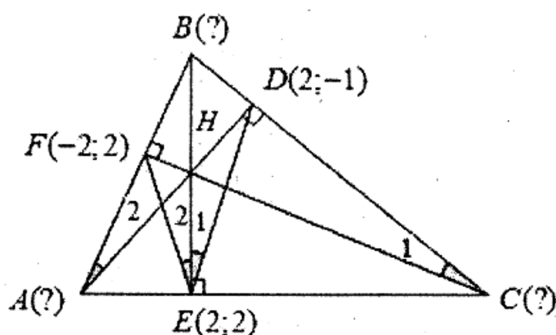
biết $N(6;-2)$ là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$.



Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-y-1=0$ và hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2-6x+8y+23=0$; $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+23=0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên d, tiếp xúc trong với (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2).

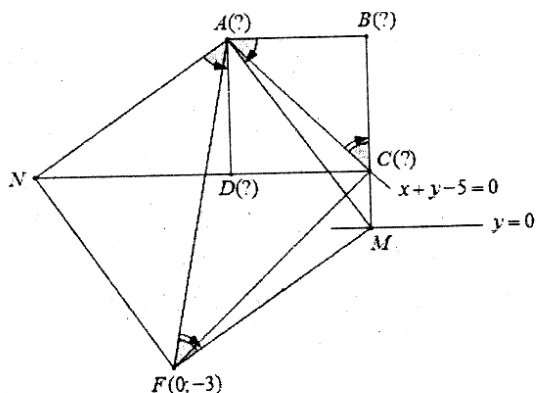


Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có điểm $A(2;3)$, trong tâm $G(2;0)$. Hai đỉnh B và C lần lượt thuộc các đường thẳng $\Delta_1: x+y+5=0$ và $\Delta: x+2y-7=0$. Viết phương trình đường tròn tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG.



Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $AC=2AB$. Điểm $M(1;1)$ là trung điểm của BC. Điểm N thuộc đoạn AC sao cho $NC=3AN$ và điểm D thuộc BC sao cho AD đối xứng với AM qua phân giác trong góc A của tam giác ABC. Điểm C thuộc đường thẳng $d: x+y-7=0$ và DN có phương trình $3x-2y+8=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có phương trình đường chéo $AC: x+y-5=0$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M và trên tai đối của tia DC lấy điểm N sao cho $DN = BM$. Đường thẳng song song với AN kẻ từ M và đường thẳng song song với AM kẻ từ N cắt nhau ở $F(0;-3)$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết điểm M nằm trên trục hoành.



Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + y = 1$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết điểm B có tung độ dương.

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm điểm M có hoành độ dương thuộc (E) sao cho $\widehat{F_1MF_2} = 90^0$, trong đó F_1, F_2 là các tiêu điểm.

Bài 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có tâm sai $e = \frac{4}{5}$, đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của elip có phương trình $x^2 + y^2 = 34$. Viết phương trình chính tắc của elip và tìm tọa độ điểm M thuộc elip (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông và M có hoành độ dương.

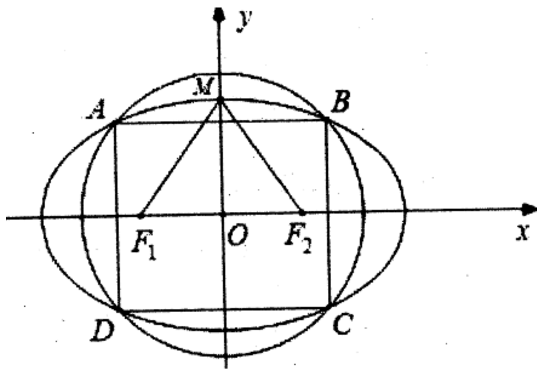
Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với d và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 3.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có tam giác vuông ABD nội tiếp đường tròn $(T): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$. Biết hình chiếu vuông góc của B và D lên

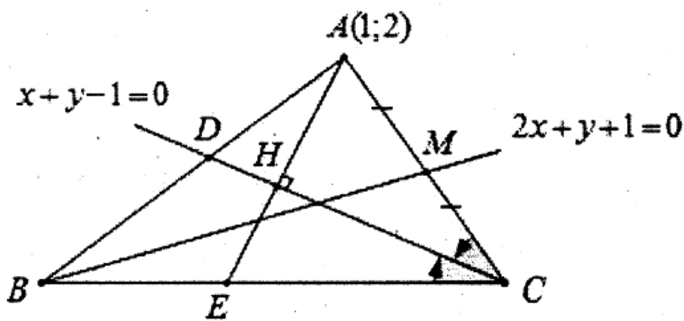
đường chéo AC lần lượt là $H\left(\frac{22}{5};\frac{14}{5}\right)$ và $K\left(\frac{13}{5};\frac{11}{5}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$, biết A có tung độ nguyên và $AD = 3\sqrt{2}$.

Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $NC = 2ND$. Đỉnh $D(1;-3)$ và điểm A nằm trên đường thẳng $3x - y + 9 = 0$. Phương trình đường thẳng $M: 4x - 3y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$.

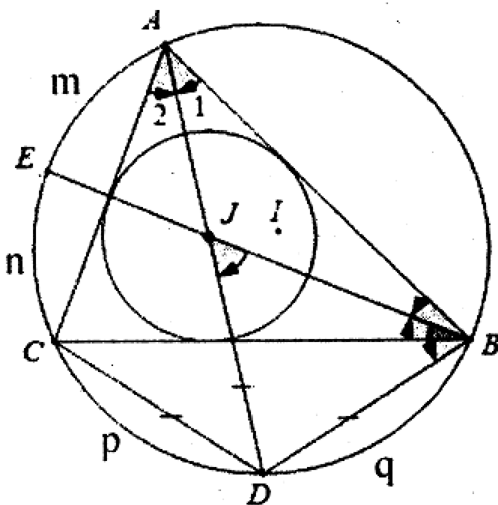
Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho biết elip (E) có chu vi hình chữ nhật cơ sở bằng $16\left(2+\sqrt{3}\right)$, đồng thời một đỉnh của (E) tạo với hai tiêu điểm một tam giác đều. Viết phương trình đường tròn (T) có tâm là gốc tọa độ và cắt (E) tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình vuông.



Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(1;2)$, đường trung tuyến $BM:2x+y+1=0$ và phân giác trong $CD:x+y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

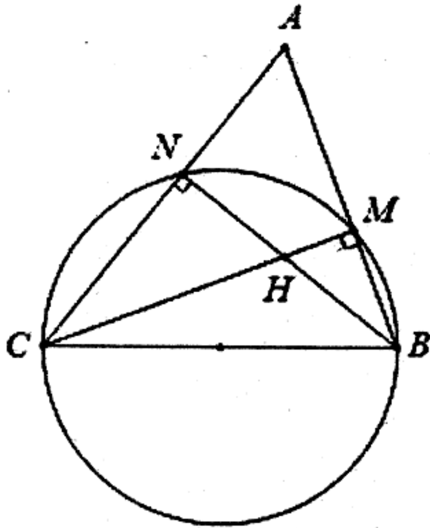


Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;3)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(6;6)$, tâm đường tròn nội tiếp $J(4;5)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

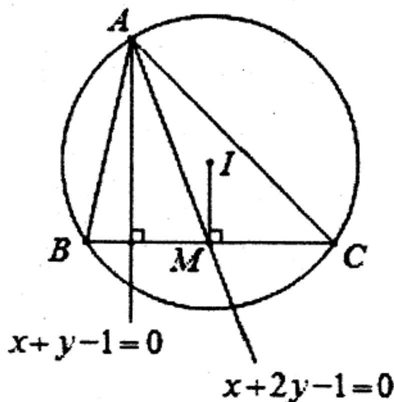


Bài 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-4)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$ và hai điểm $A(2;3),B(6;6)$. Gọi M,N là hai điểm khác nhau nằm trên đường tròn (C) sao cho

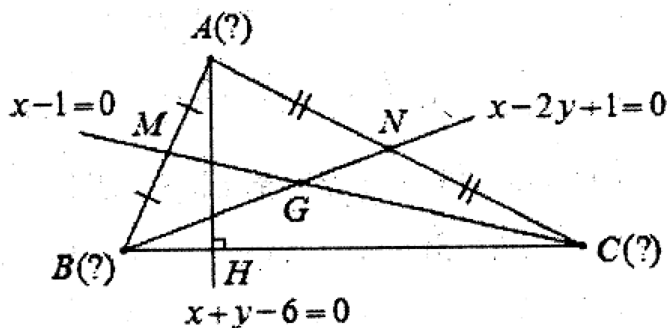
các đường thẳng AM và BN cắt nhau tại điểm $H\left(4;\frac{5}{2}\right)$, AN và BM cắt nhau tại C. Tìm tọa độ điểm C, biết tọa độ điểm $H\left(4;\frac{5}{2}\right)$.



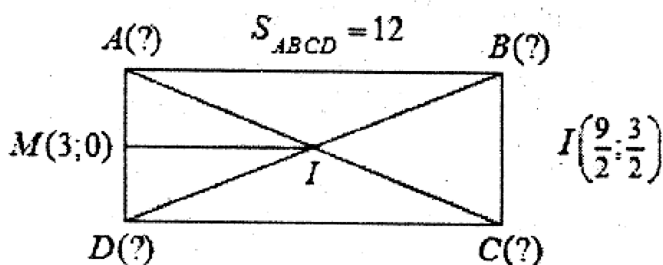
Bài 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(4;-1)$. Đường cao và trung tuyến xuất phát từ đỉnh A lần lượt có phương trình $x+y-1=0$ và $x+2y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC.



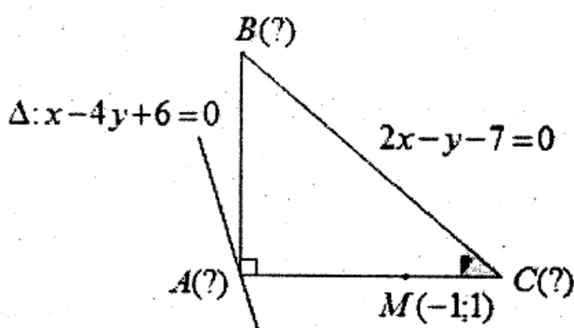
Bài 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Đường cao kẻ từ A, trung tuyến kẻ từ B, trung tuyến kẻ từ C lần lượt có phương trình $x+y-6=0, x-2y+1=0, x-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



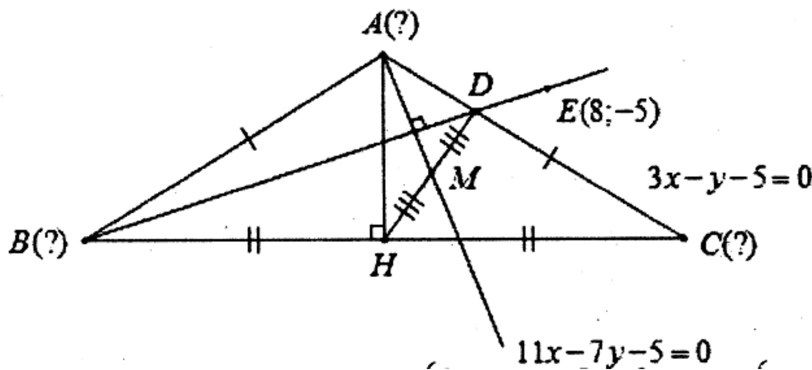
Bài 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$, trung điểm của cạnh AD là $M(3;0)$. Xác định tọa độ các đỉnh hình chữ nhật $ABCD$, biết A có hoành độ dương.



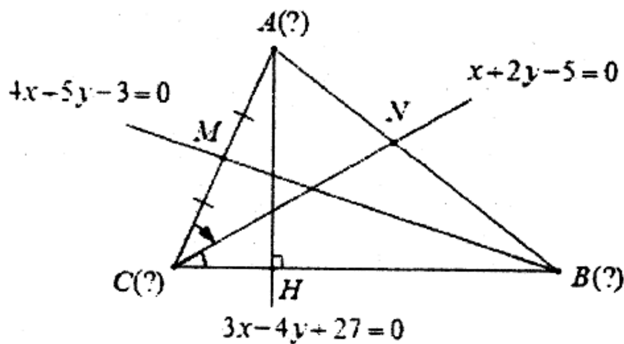
Bài 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, phương trình $BC: 2x-y-7=0$, đường thẳng AC đi qua điểm $M(-1;1)$, điểm A nằm trên đường thẳng $\Delta: x-4y+6=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết A có hoành độ dương.



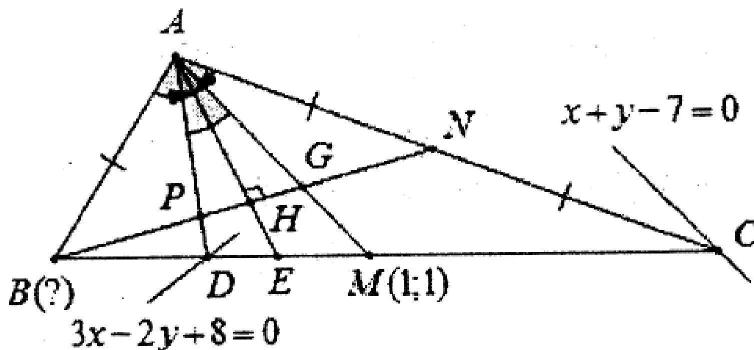
Bài 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A .Đường thẳng AC có phương trình là $3x-y-5=0$. Gọi H là trung điểm của BC, D là hình chiếu vuông góc của H lên AC và M là trung điểm của HD. Đường thẳng BD đi qua điểm $E(8;-5)$ và phương trình đường thẳng AM là $11x-7y-5=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



Bài 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết đường cao kẻ từ A, trung tuyến kẻ từ B và phân giác trong kẻ từ C lần lượt có phương trình là $3x-4y+27-0, 4x+5y-3=0$ và $x+2y-5=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

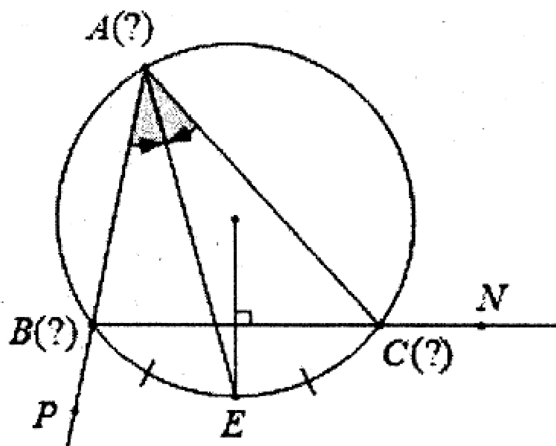


Bài 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $AC=2AB$. Điểm $M(1;1)$ là trung điểm của BC, điểm D sao cho AD đối xứng với AM qua tia phân giác trong góc $\widehat{BAC}$. Đường thẳng có phương trình $d:3x-2y+8=0$ đi qua D. Xác định tọa độ đỉnh B của tam giác ABC, biết C thuộc đường thẳng $d':x-y-7=0$.

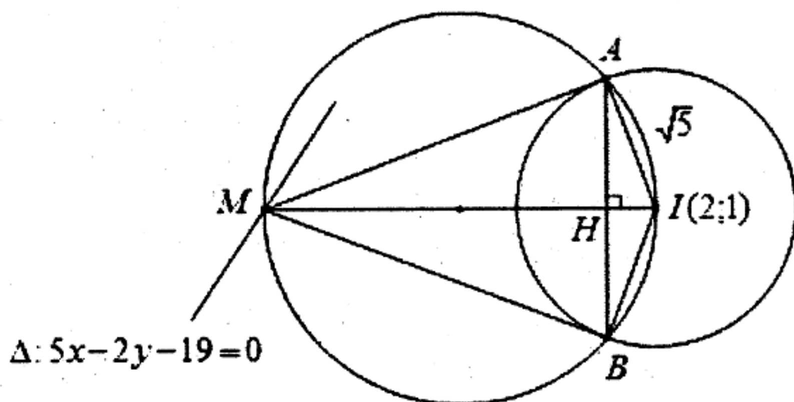


Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(T):\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{325}{16}$. Đường phân giác trong góc $\widehat{BAC}$ cắt (T) tại $E\left(0;-\frac{7}{2}\right)$.

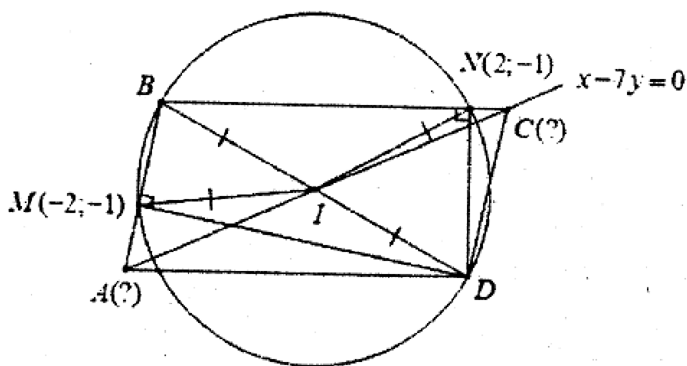
Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường thẳng BC đi qua điểm $N(-5;2)$ và đường thẳng AB đi qua điểm $P(-3;-2)$.



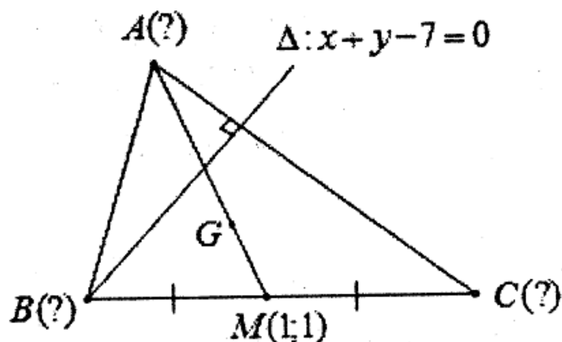
Bài 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 5x-2y-19=0$ và đường tròn $(T): x^2+y^2-4x-2y=0$. Từ một điểm M nằm trên đường thẳng Δ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) (A, B là hai tiếp điểm). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB biết $AB=\sqrt{10}$.



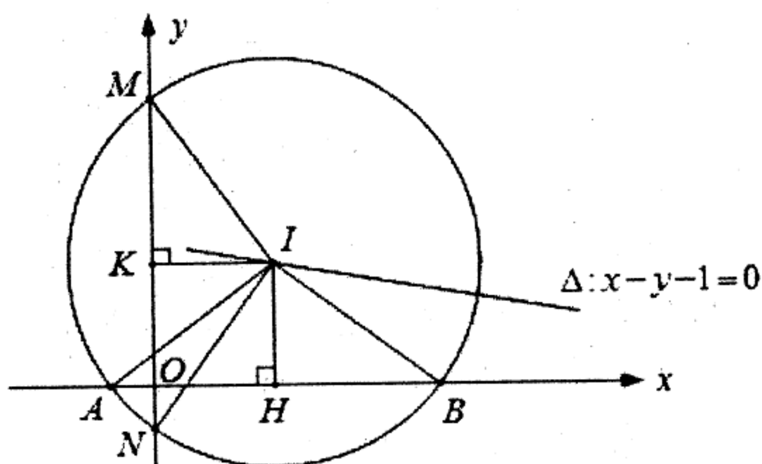
Bài 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $BD=\frac{\sqrt{10}}{5}AC$. Gọi hình chiếu vuông góc của điểm D lên các đường thẳng AB, BC lần lượt là $M(-2;-1), N(2;-1)$, biết AC nằm trên đường thẳng $x-7y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C.



Bài 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tamgiasc ABC có trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};1\right)$, trung điểm BC là điểm $M(1;1)$. Phương tình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B là $\Delta: x+y-7=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



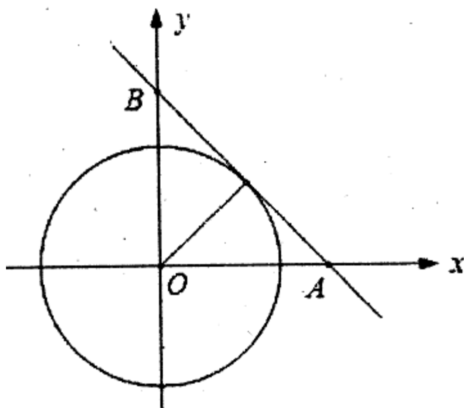
Bài 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng Δ. Biết (C) cắt trục Ox tại hai điểm A, B và cắt trục Oy tại hai điểm M, N sao cho diện tích của hai tam giác IAB và IMN đều bằng 12.



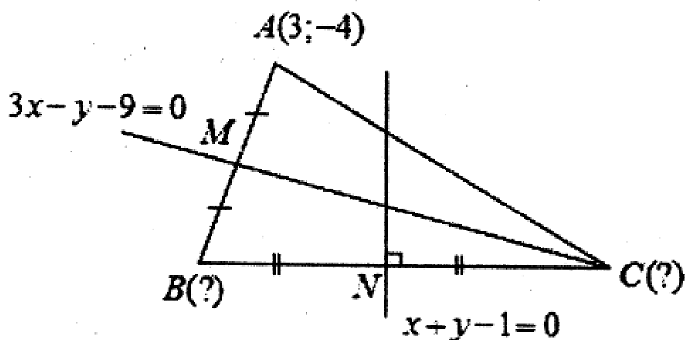
Bài 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường $(C_1): x^2+y^2-4y=0$ và $(C_2): x^2+y^2+4x+18y+36=0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I năm trên đường thẳng $d: 2x+y-7=0$ đồng thời tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_1) và (C_2).

Bài 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm $M(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng A, B nằm trến đường thẳng $\Delta: y=2x$.

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2=8$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất.

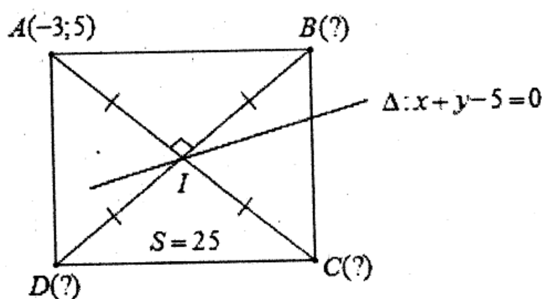


Bài 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;-4)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC, đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh C lần lượt là $x+y-1=0$ và $3x-y-9=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.

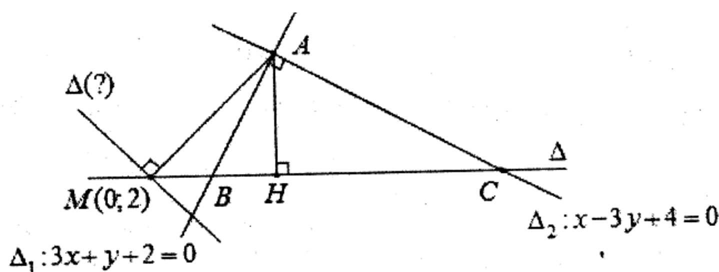


Bài 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(T): x^2+y^2-4x-2y-8=0$. Đỉnh A thuộc tia Oy, đường cao vẽ từ C nằm trên đường thẳng $d: x+5y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết C có hoành độ là một số nguyên.

Bài 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh $A(-3;5)$, tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$ và diện tích bằng 25. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$, biết rằng I có hoành độ dương.

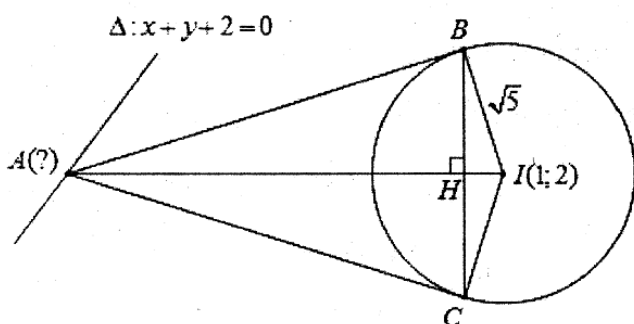


Bài 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(0;2)$ và hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình lần lượt là $3x+y+2=0$ và $x-3y+4=0$. Gọi A là giao điểm của Δ_1 và Δ_2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại B, C (B và C khác A) sao cho $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

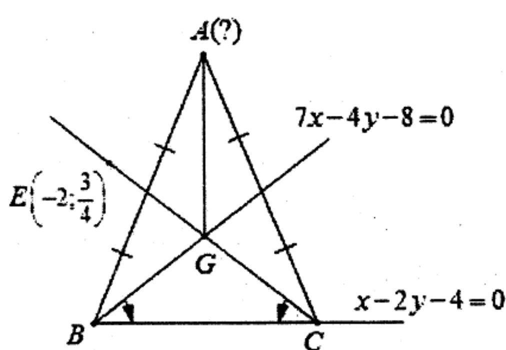


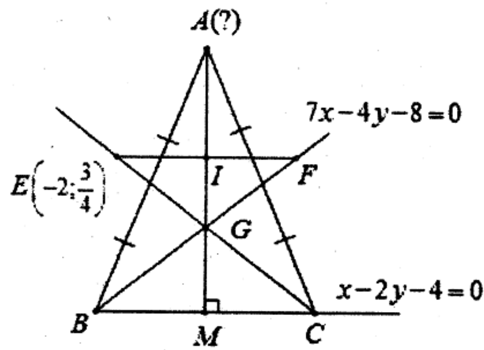
Bài 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ ngoại tiếp tam giác đều ABC. Tính diện tích tam giác ABC, biết (E) nhận $A(0;2)$ làm đỉnh và trục tung làm trục đối xứng. (Không hình)

Bài 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T):(x-1)^2+(y-2)^2=5$ và đường thẳng $\Delta:x+y+2=0$. Từ điểm A thuộc Δ kẻ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (T) tại B và C. Tìm tọa độ điểm A biết diện tích tam giác ABC bằng 8.



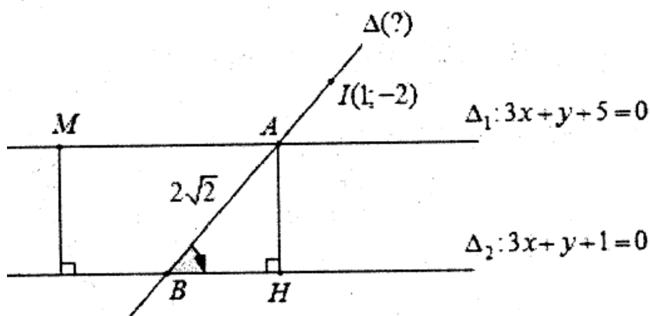
Bài 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, biết BC và BG lần lượt có phương trình $x-2y-4=0$ và $7x-4y-8=0$. Biết đường thẳng CG đi qua điểm $E\left(-2;\frac{3}{4}\right)$. Tìm tọa độ điểm A.



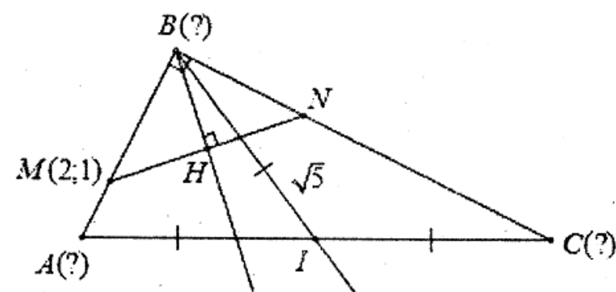


Bài 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm các điểm M thuộc (E) sao cho $\widehat{F_1MF_2} = 120^0$, trong đó F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E).

Bài 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;-2)$ và hai đường thẳng có phương trình lần lượt là $\Delta_1 : 3x + y + 5 = 0$ và $\Delta_2 : 3x + y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua I và cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.



Bài 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với trung tuyến và phân giác trong của đỉnh B có phương trình $\Delta_1 : 2x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : x + y - 2 = 0$. Điểm $M(2;1)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AB, đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đỉnh A có hoành độ dương.



Bài 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,cho hình chữ nhật $ABCD$. Biết phân giác trong của $\widehat{ABC}$ đi qua trung điểm M của AD, đường thẳng BM có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm

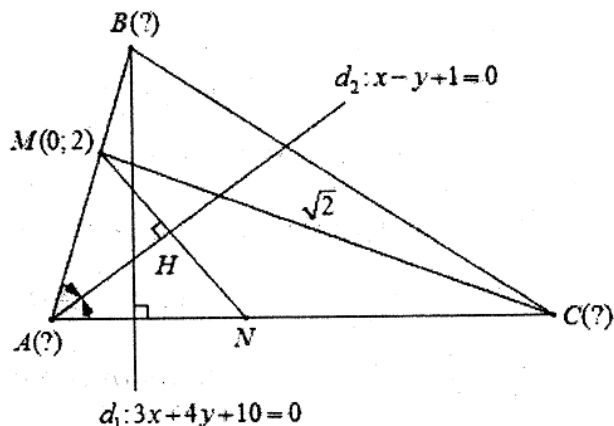
D thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-9=0$ và điểm $E(-1;2)$ thuộc canhk AB. Tìm tọa độ các đỉnh của cho hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm B có hoành độ âm.

Bài 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $C(3;-3)$, M là trung điểm của BC. Đường thẳng MD có phương trình $x-y-2=0$, điểm A thuộc đường thẳng $d: 3+y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$.

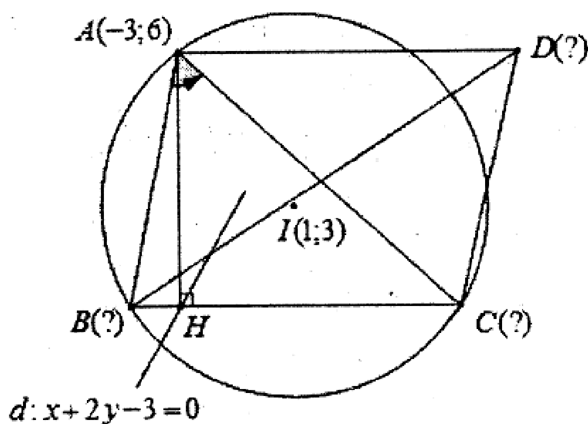
Bài 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $BC=2$. Gọi H, G lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác ABC và O là trung điểm của BC. Tìm tọa độ đỉnh A biết A thuộc đường thẳng $\Delta: 5x-2y-4=0$ và trung điểm K của HG cùng với các điểm B, C đều thuộc trục hoành.

Bài 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường cao kẻ từ đỉnh B và phân giác trong kẻ từ đỉnh A lần lượt là $d_1: 3x+4y+10=0$ và $d_2: x-y+1=0$.

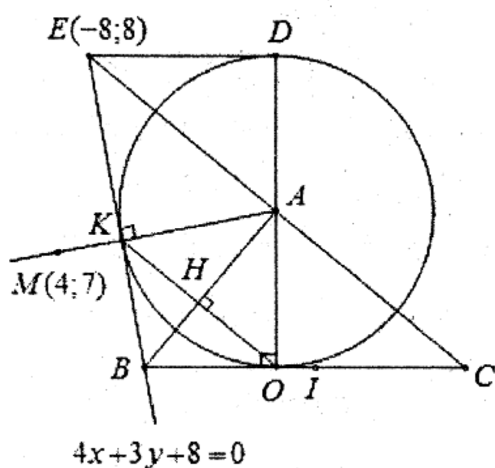
Điểm $M(0;2)$ thuộc đường thẳng AB và cách C một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



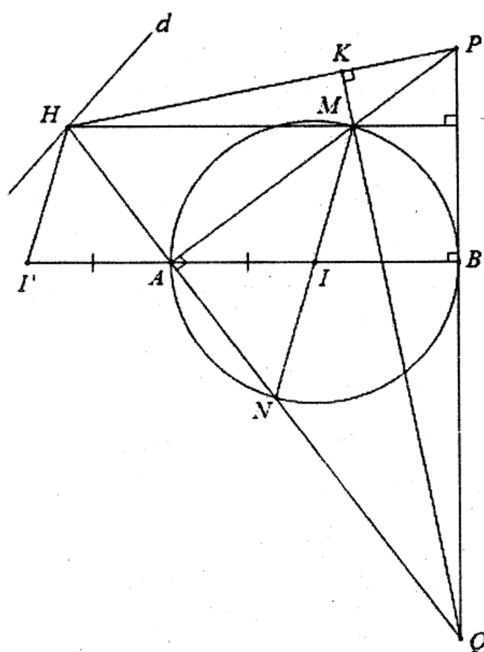
Bài 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(3;6)$. Biết tam giác ABC nội tiếp đường tròn có tâm $I(1;3)$ và $AB.AC = 60\sqrt{2}$. Hình chiếu H của điểm A xuống cạnh BC thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$. Hãy tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$ biết H có tọa độ nguyên và hoành độ của điểm B bé hơn hoành độ điểm C.



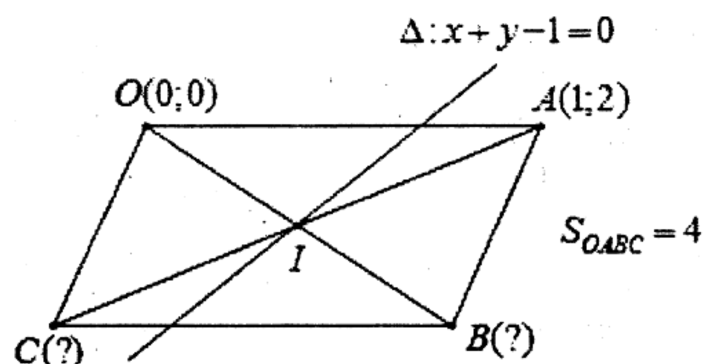
Bài 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AO. Gọi (T) là đường tròn tâm A, đường kính OD. Tiếp tuyến của (T) tại D cắt CA tại $E(-8;8)$. Đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác AEB đi qua điểm $M(4;7)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết đường thẳng EB có phương trình $4x + 3y + 8 = 0$.



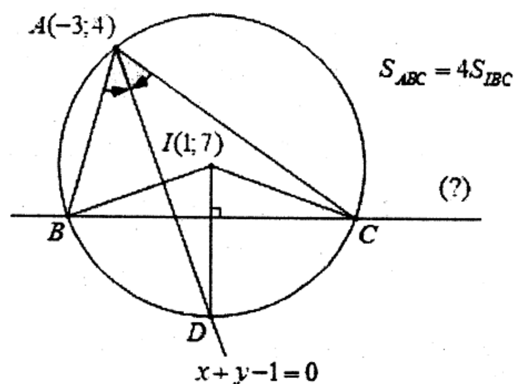
Bài 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T):(x-2)^2+(y+3)^2=4$ và hai điểm $A(2;-1),D(2;-5)$. Một đường kính MN thay đổi sao cho các đường thẳng AM,AN cắt tiếp tuyến tại B lần lượt tại P và Q. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác MPQ biết điểm H nằm trên đường thẳng $d:2x-y-7=0$.



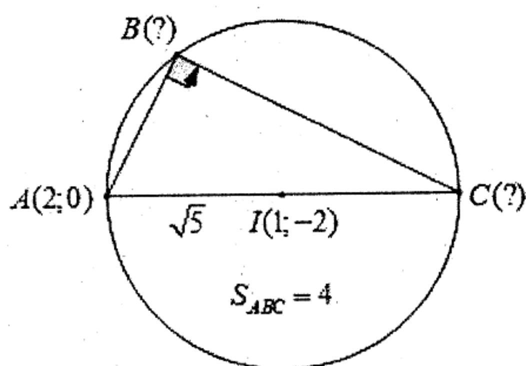
Bài 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$ có tâm I và diện tích bằng 4. Biết $A(1;2)$ và I thuộc đường thẳng $\Delta:x+y-1=0$. Tìm tọa độ các điểm B,C.



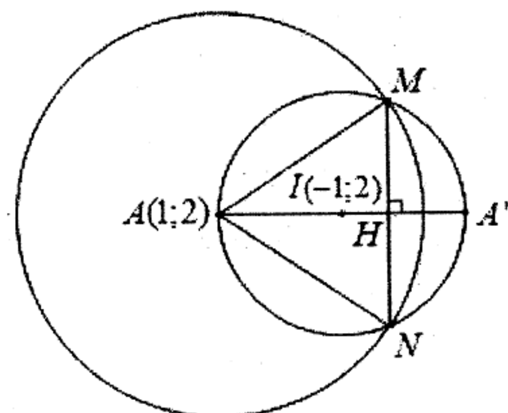
Bài 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-3;4)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình x $x+y-1=0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(1;7)$. Viết phương trình cạnh BC, biết diện tích tam giác ABC gấp 4 lần diện tích tam giác IBC.



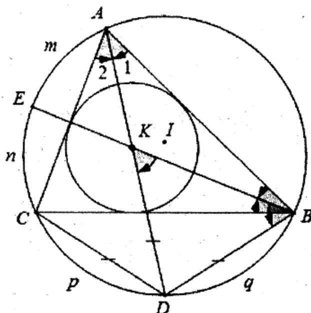
Bài 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;0)$ và đường tròn $(T):(x-1)^2+(y+2)^2=5$. Tìm tọa độ hai điểm B,C thuộc (T) sao cho tam giác ABC vuông tại B và có diện tích bằng 4.



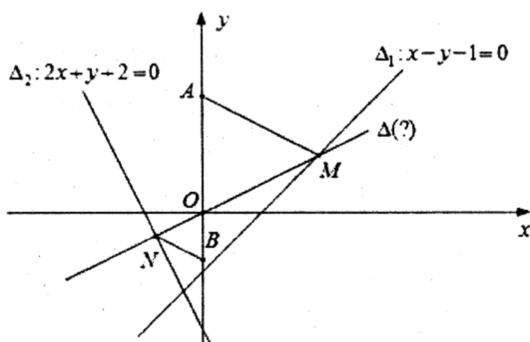
Bài 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;2)$ và đường tròn $(C):x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt M,N sao cho diện tích tam giác AMN đặt giá trị lớn nhất.



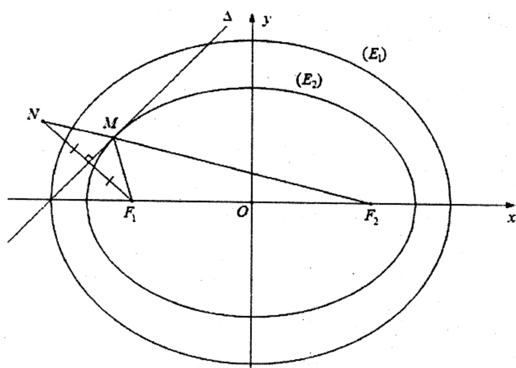
Bài 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(1;5)$. Tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác lần lượt là $K(2;2)$ và $I\left(\frac{5}{2};3\right)$. Tìm tọa độ đỉnh B và C của tam giác.



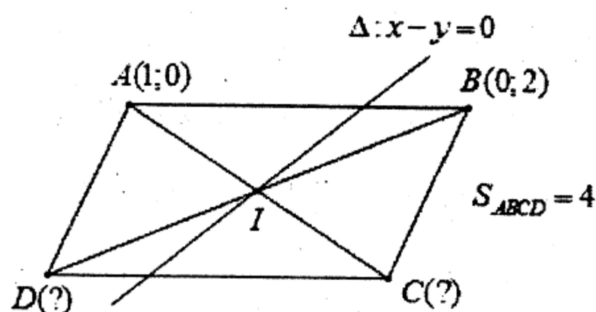
Bài 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(0;2), B\left(0;-\frac{4}{5}\right)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x-y-1=0; \Delta_2: 2x+y+2=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại M, N sao cho AM song song với BN.



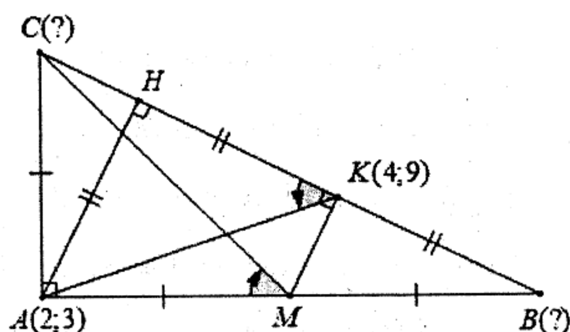
Bài 60. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x-y+5=0$ và hai elip có phương trình $(E_1): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ và $(E_2): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$. Biết hai elip này có cùng tiêu điểm và (E_2) đi qua điểm M thuộc đường thẳng Δ. Tìm tọa độ điểm M sao cho elip (E_2) có độ dài trục lớn nhỏ nhất.



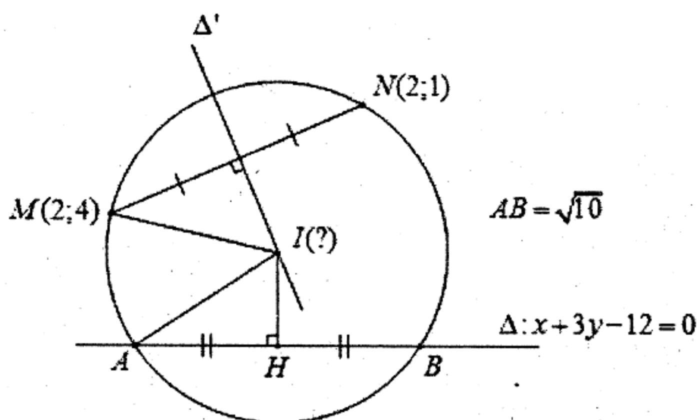
Bài 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0);B(0;2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: x-y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.



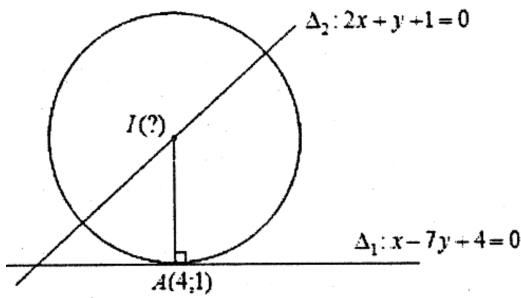
Bài 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại $A(2;3)$, $AB=2AC$. Gọi M là trung điểm của AB. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng BC là $K(4;9)$. Tìm tọa độ các đỉnh B,C.



Bài 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x+3y-12=0$ và hai điểm $M(2;4),N(3;1)$. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm M,N và cắt Δ tại hai điểm AB sao cho $AB=\sqrt{10}$.

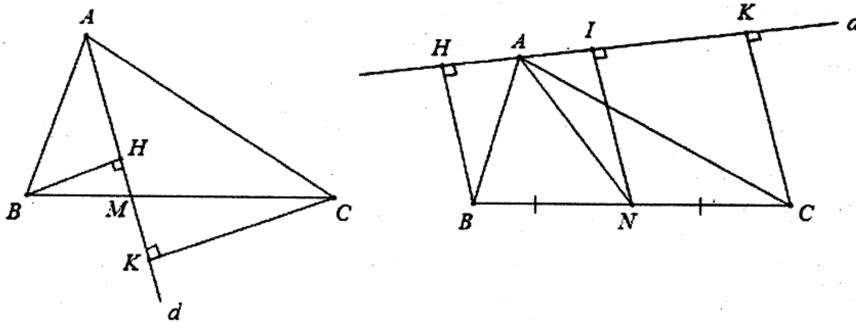


Bài 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất.

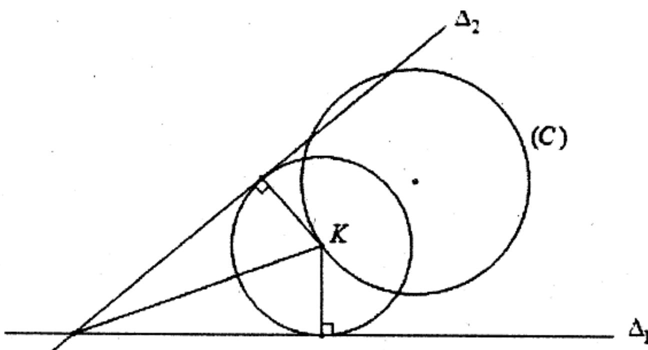


Bài 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $x-7y+3=0$ $\Delta_2: 2x+y+1=0$. Lập phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ_2 và tiếp xúc Δ_1 tại diểm có hoành độ là 4. (Không hình)

Bài 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;2), B(-1;0), C(2;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng bất kỳ qua A và B, K lần lượt là hình chiếu của các điểm B, C lên đường thẳng Δ. Viết phương trình đường thẳng Δ biết $BH+CK$ đạt giá trị nhỏ nhất.



Bài 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=\frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x-y=0$; $\Delta_2: x-y=0$. Xác định tọa độ tâm K của đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc (C).

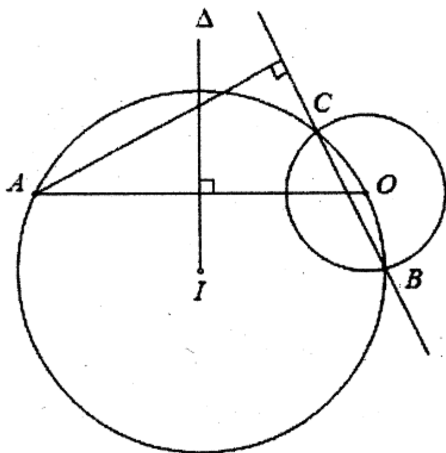


Bài 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta: 3x-y=0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với Δ_1 tại A, cắt Δ_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại

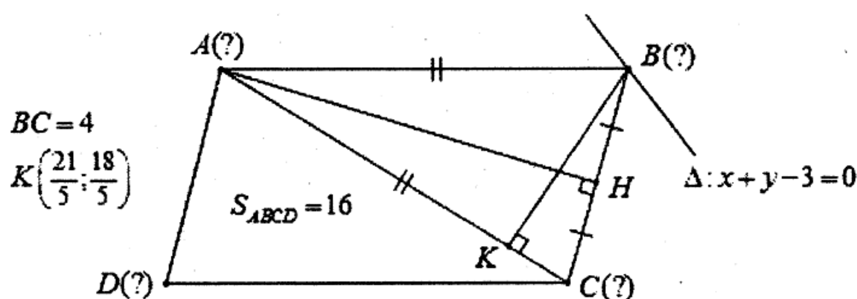
B. Viết phương trình đường tròn (T) biết rằng tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Bài 69. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3;-2), B(-3;2)$. Tìm trên (E) điểm C có tọa độ dương sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất. (Không hình)

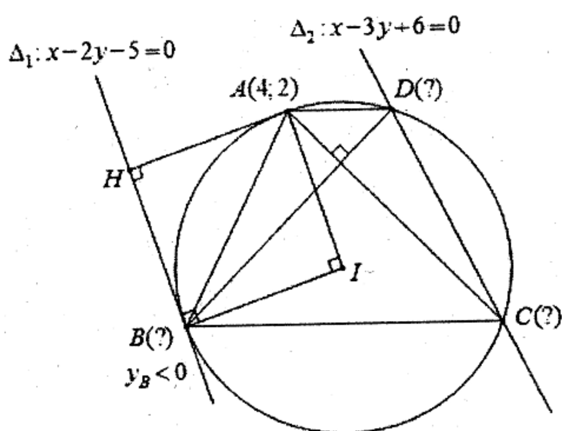
Bài 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 = 1$ và điểm $A(1;3)$. Viết phương trình đường tròn (T) qua A và tâm của đường tròn (T') đồng thời cắt đường tròn tại B, C sao cho khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC là lớn nhất.



Bài 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 16. Biết tam giác ABC cân tại A; $BC = 4$ và $K\left(\frac{21}{5}; \frac{18}{5}\right)$ là hình chiếu của điểm B xuống cạnh AC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$ biết B thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 3 = 0$ đồng thời hoành độ các điểm B, C đều là các số nguyên.



Bài 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (T) đi qua $A(4;2)$, tiếp xúc với $\Delta_1: x-2y-5=0$ tại điểm B có tung độ âm và cắt $\Delta_2: x-3y+6=0$ tại C và D sao cho $ABCD$ là hình thang có 2 đáy AD,BC và 2 đường chéo AC,BD vuông góc. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$.



Bài 73. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Lập phương trình chính tắc của elip (E), biết điểm $M(1;\sqrt{3})$ nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông và hình chữ nhật cơ sở của (E) nội tiếp đường tròn có phương trình $x^2+y^2=20$. (Không hình)

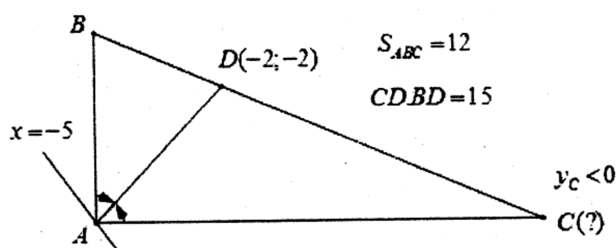
Bài 74. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm F_1,F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{4}{3}$. (Không hình)

Bài 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2\sqrt{3};2)$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua điểm M, sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông. (Không hình)

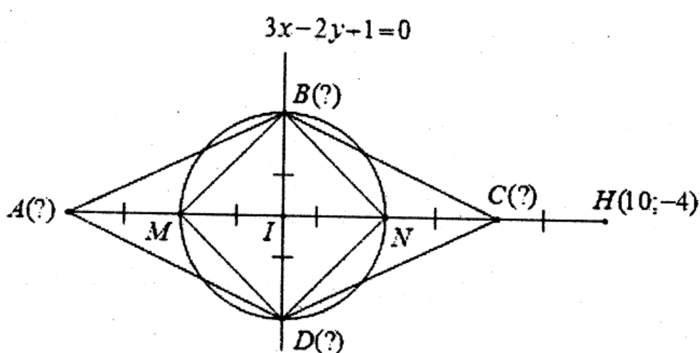
Bài 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 6. Phương trình đường thẳng chứa đường chéo BD là $2x+y-11=0$, đường thẳng AB đi qua

$M(4;2)$, đường thẳng BC đi qua $N(8;4)$. Viết phương trình các đường chứa các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm B,D đều có hoành độ lớn hơn 4. (Không hình)

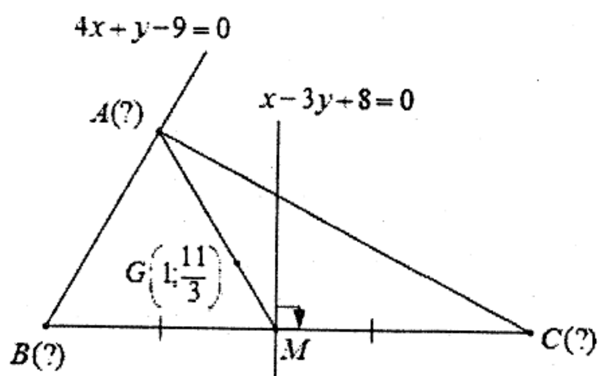
Bài 77. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A $(AB > AC)$ có diện tích bằng 12. Đường phân giác trong của góc A cắt đoạn BC tại điểm $D(-2;-2)$. Điểm A nằm trên đường thẳng $x=-5$ và $CD.BD=15$. Tìm tọa độ điểm C, biết rằng C có tung độ âm.



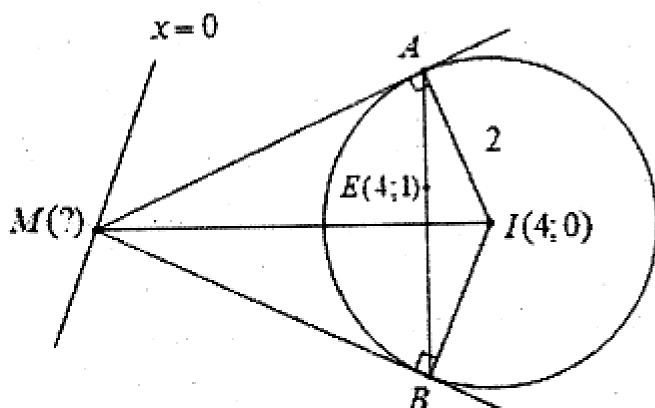
Bài 78. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ tâm I. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AI,CI. Biết $MBND$ là hình vuông, đường thẳng BD có phương trình $3x-2y+1=0$. Điểm đối xứng với điểm N qua điểm C là $H(10;-4)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết rằng hoành độ điểm B không nhỏ hơn hoành độ điểm D.



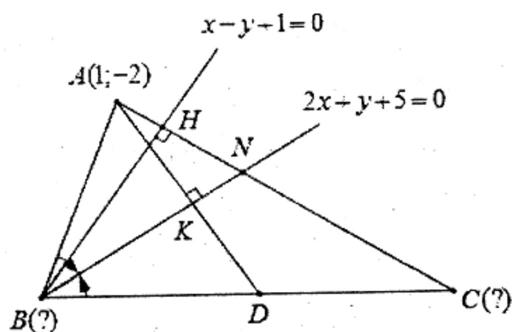
Bài 79. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(1;\frac{11}{3}\right)$, đường thẳng trung trực của cạnh BC có phương trình $x-3y+8=0$ và đường thẳng AB có phương trình $4x+y-9=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.



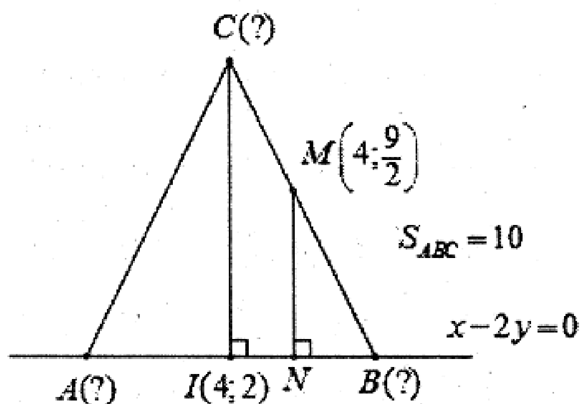
Bài 80. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-4)^2+y^2=4$ và điểm E(4;1). Tìm M trên trục tung sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) với A, B là các điểm sao cho đường thẳng AB đi qua E.



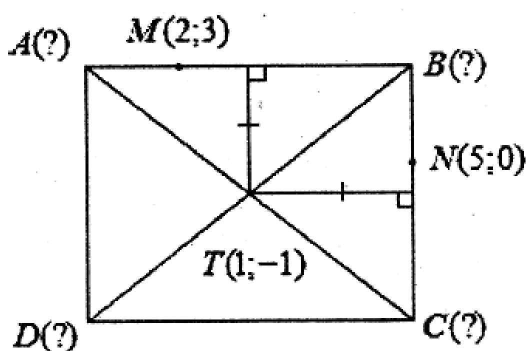
Bài 81. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(1;-2)$. Đường cao BH và đường phân giác BN của tam giác ABC có phương trình lần lượt là $x-y+1=0$ và $2x+y+5=0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC.



Bài 82. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại C có phương trình cạnh AB là $x-2y=0$. Điểm $I(4;2)$ là trung điểm của AB, điểm $M\left(4;\frac{9}{2}\right)$ thuộc cạnh BC, diện tích tam giác ABC bằng 10. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết tung độ của điểm B không hơn 3.

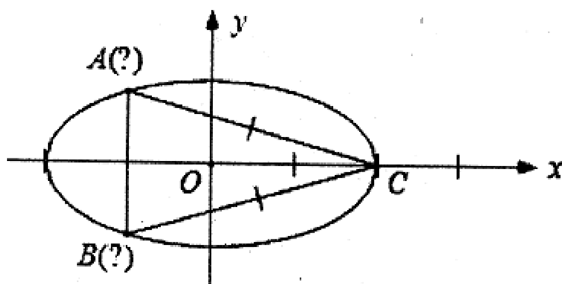


Bài 83. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $I(1;-1)$, $M(2;3)$, $N(5;0)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ sao cho I là tâm của hình vuông, M thuộc cạnh AB, N thuộc cạnh BC.

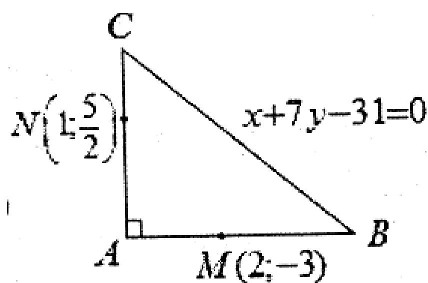


Bài 84. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12. Điểm I là giao điểmn của hai đường thẳng $d_1: x-y-3=0$ và $d_2: x+y-6=0$. Trung điểm của cạnh là giao điểm của d_1 với trục Ox. Biết điểm I là tâm của hình vuông $ABCD$ và A có tung độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

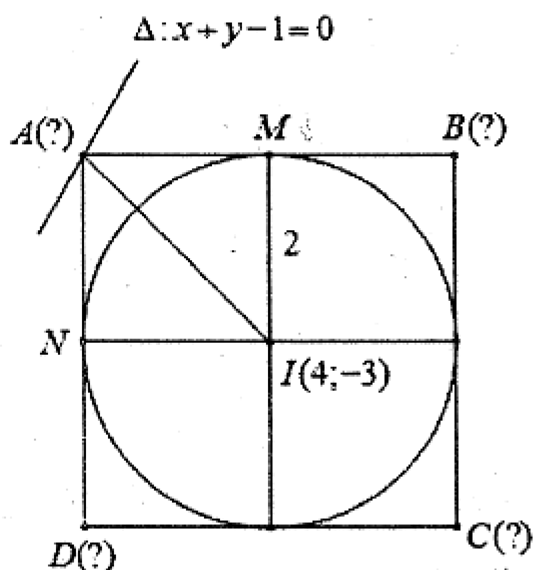
Bài 85. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1$. Tìm các điểm A,B trên (E) sao cho $CA=CB$ và tam giác CAB có diện tích lớn nhất.



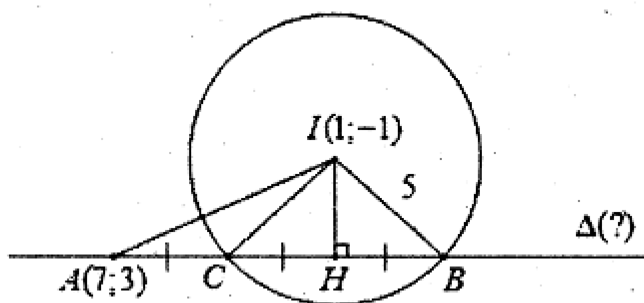
Bài 86. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Biết cạnh huyền nằm trên đường thẳng $x+7y-31=0$, điểm $N\left(1;\frac{5}{2}\right)$ thuộc đường thẳng AC, điểm $M(2;-3)$ thuộc đường thẳng AB. Xác định ttd các đỉnh của tam giác ABC biết rằng A có hoành độ âm.



Bài 87. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình $x + y + 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp (T), biết rằng điểm A thuộc đường thẳng Δ và có hoành độ nhỏ hơn 3.

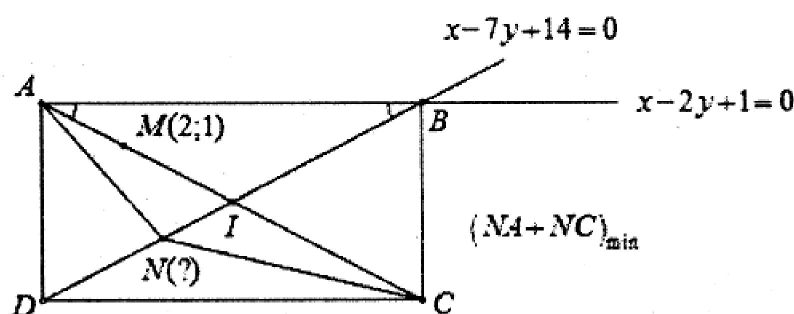


Bài 88. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(7;3)$ và cắt đường tròn (T) tại hai điểm phân biệt B, C sao cho $AB = 3AC$.

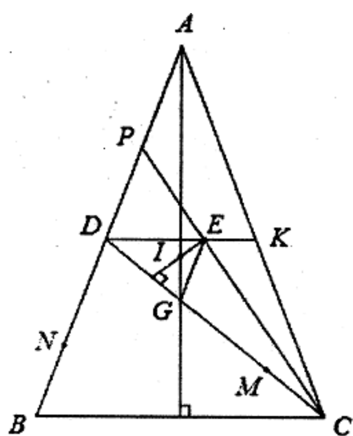


Bài 89. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, chon đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6x - 12 = 0$ và điểm $M\left(2;4\sqrt{3}\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho tam giác MAB đều. (Không hình)

Bài 90. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB, BD lần lượt là $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 7y + 15 = 0$. Đường thẳng AC đi qua điểm $M(2;1)$. Tìm tọa độ điểm N thuộc BD sao cho $MA + NC$ nhỏ nhất.

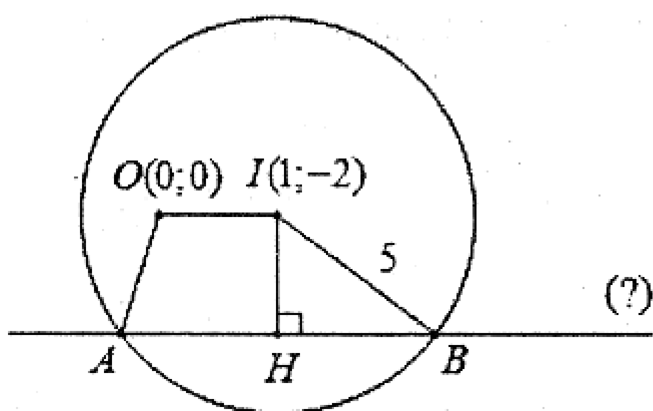


Bài 91. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, D là trung điêm của đoạn AB. Biết rằng $I\left(\frac{11}{3};\frac{5}{3}\right)$, $E\left(\frac{13}{3};\frac{5}{3}\right)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp ABC, trọng tâm tam giác ADC. Các điểm $M(3;-1), N(-3;0)$ lần lượt thuốc các đường thẳng DC, AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết rằng A có tung độ dương.

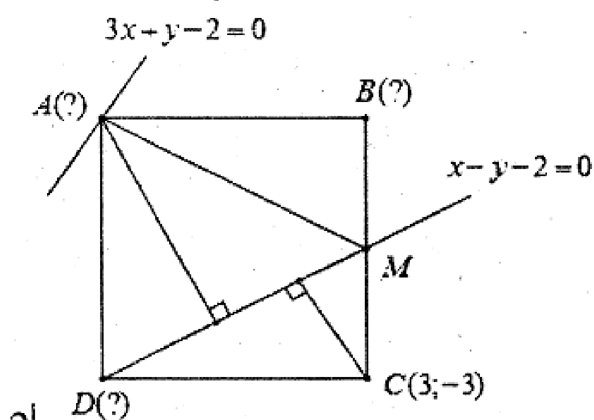


Bài 92. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Viết phương trình chính tắc của elip (E). Biết (E) đi qua điểm $M(-2;-3)$ và có phương trình một đường chuẩn là $x+8=0$.

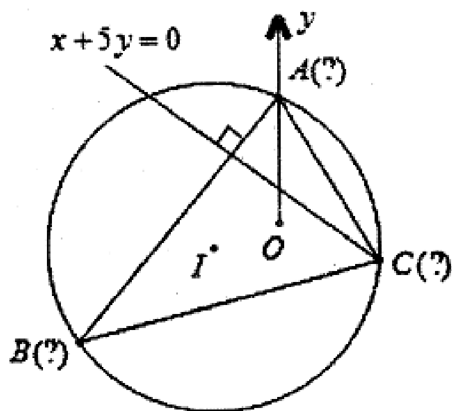
Bài 93. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-20=0$. Gọi I là tâm của (C). Viết phương trình đường thẳng cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $ABOI$ là hình thang đáy AB có độ dài là $4\sqrt{5}$.



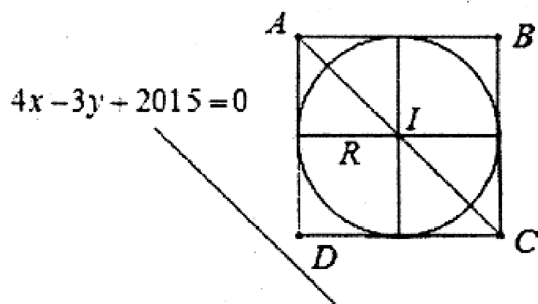
Bài 94. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường thẳng DM là $x-y-2=0$ và điểm $C(3;-3)$. Biết đỉnh A thuộc đường thẳng $3x+y-2=0$ và A có hoành độ âm. Xác định tọa độ các đỉnh A,B,D.



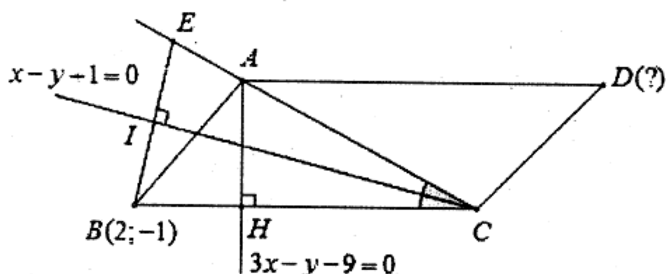
Bài 95. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn có phương trình $x^2+y^2-4x-2y-8=0$. Đỉnh A thuộc tia Oy, đường cao kẻ từ đỉnh C thuộc đường thẳng $x+5y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết đỉnh C có hoành độ là một số nguyên.



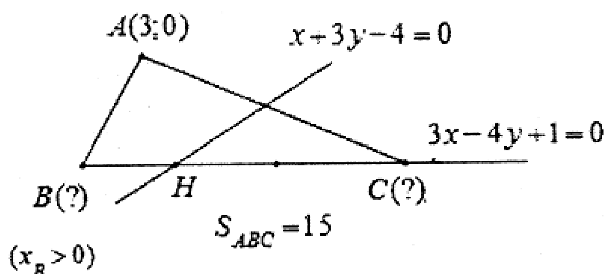
Bài 96. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{25}{2}$ nội tiếp hình vuông $ABCD$, đường chéo AC song song với đường thẳng $4x-3y+2015=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đỉnh A và đỉnh B đều có hoành độ dương.



Bài 97. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ biết đỉnh $B(2;-1)$, đường cao AH trong tam giác ABC có phương trình $3x-y-9=0$ và đường phân giác của góc ACB có phương trình $x-y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh D.



Bài 98. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;0)$, cạnh BC có phương trình $3x-4y+1=0$. Đường thẳng Δ có phương trình $x+3y-4=0$ cắt đoạn thẳng BC tại điểm H sao cho $HC=2HB$. Xác định tọa độ đỉnh B,C biết diện tích của tam giác ABC bằng 15 và B có hoành độ dương.



Bài 99. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{x^2}{16}=1$ **.** Tìm điểm M nằm trên elip sao cho $MF=4MF_2$, trong đó F_1,F_2 lần lượt là các tiêu điểm trái, phải của elip.

Bài 100. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có đỉnh $A(-2;2),\widehat{BAD}=60^0$ và diện tích hình thoi bằng $12\sqrt{3}$. Xác định tọa độ các đỉnh B,C,D biết đường chéo BD vuông góc với đường thẳng $x+y-3=0$ và tâm của hình thoi có hoành độ dương.

